OBZORY

3/2020 (49)

MATEMATIKY
FYZIKY a
INFORMATIKY

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 ročník 49

Časopis pre teóriu a praktické otázky vyučovania matematiky, fyziky a informatiky na základných a stredných školách

HORIZONS OF MATHEMATICS, PHYSICS AND COMPUTER SCIENCES 3/2020 Volume 49

Journal for Theory and Applied Issues of Mathematics, Informatics and Physics Teaching at Primary and Secondary Schools

Fundavit: **Štefan Znám, Beloslav Riečan et Daniel Kluvanec**

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

VZDELÁVANIE V MATEMATIKE A INFORMATIKE

Stratégie riešenia „školských“ úloh

Lenka Valentová, Lucia Csachová

Abstract [Solving strategies of “school” problems]: The paper is devoted to the analysis of solving three problems from nation-wide Slovak testing of mathematics in terms of possible used strategies. Each of the problems can be solved by a “school” strategy, which students “learn” in mathematics lessons. But how do university students (who should know these strategies) solve them?

Key words: problem solving, strategy for solving of mathematical problems, school mathematics

Súhrn: Príspevok je venovaný analýze riešenia troch úloh z celoštátnych slovenských testovaní matematiky z pohľadu možných použitých stratégií. Každú z úloh je možné vyriešiť „školskou“ stratégiou, ktorú sa žiaci na hodinách matematiky „naučia“. Ako ich však riešia vysokoškolskí študenti, ktorí by tieto stratégie mali poznať?

Kľúčové slová: riešenie úlohy, stratégia riešenia matematických úloh, školská matematika
MESC: G90.

1 Stratégia riešenia úlohy

Podľa G. Pólyu a jeho známej knihy *How to Solve It* (napr. [5]) riešenie úlohy pozostáva zo štyroch dôležitých etáp: *1. porozumenie úlohe, 2. vytvorenie plánu riešenia, 3. realizácia plánu, 4. pohľad späť.*

Ak sa stratégia (riešenia úlohy) chápe ako „plán“, podľa ktorého človek uskutočňuje alebo zamýšľa uskutočniť cieľ sledujúcu činnosť ([2, str. 81]), tak proces tvorby stratégie riešenia sa môže prelínať všetkými jeho etapami.[1] Niekedy sa stáva, že stratégia zvolená v druhej etape riešenia sa v tretej, alebo dokonca štvrtej prejaví z určitého dôvodu ako nevhodná, a je nutné zvoliť novú. Niekedy je najvhodnejšie vybrať najkratšiu alebo najrýchlejšiu. Forma, akou riešenie úlohy prebieha, môže byť pritom aritmetická cesta, algebraická alebo grafická (napr. [6]).

[1] V [2, str. 82]) je proces tvorby stratégie tvorený dvoma zložkami, a to mobilizáciou možností pre stratégie (teda uvedomenie si, aké stratégie prichádzajú v danom prípade do úvahy) a voľbou jednej z núkajúcich sa stratégií.

Problematike stratégií riešenia (matematických) úloh sa venujú viacerí autori; napríklad [3, 4, 1, 6]. V ich zábere sú najmä heuristické stratégie, používané ale pri riešení neštandardných matematických úloh, teda takých, ktoré nie sú úplne bežné v školskej matematike. Niekedy ale riešiteľ rieši „školskú klasiku“ často inými stratégiami ako sú tie očakávané, „školské“ (pomocou vzorca alebo predvedeného algoritmu). Príspevok sa venuje práve takýmto stratégiám riešenia.

2 Matematické úlohy z celoslovenských testovaní a stratégie ich riešení

Ako ukážky pre využitie rôznych stratégií pri riešení sme vybrali tri úlohy, po jednej z každého typu celoslovenského testovania matematiky (T5, T9, externá časť maturity z matematiky), pri ktorých sme vedeli, že sú riešiteľné aspoň dvoma rôznymi stratégiami. Úlohy riešili študenti predškolskej a elementárnej pedagogiky, učiteľstva matematiky a rozširujúceho štúdia matematiky. K ich riešeniam pridávame aj úryvky z rozhovorov s deťmi – žiakmi prvého stupňa.

Úloha	Testovanie a rok	Tematický celok	Testovaná procesuálna zručnosť	Obťažnosť (v %) [2]
Dvojičky	externá časť maturity, 2014	Rovnice	riešiť slovnú úlohu pomocou rovnice (alebo sústavy rovníc)	88,3
Vrecia s múkou	T5, 2016	Počtové úkony s číslami	riešiť slovnú úlohu pomocou násobilky	71,2
Súrodenci a psy	T9, 2019	Riešenie aplikačných úloh	riešiť obrázkové rovnice	53,9

Tabuľka 1. Charakteristika úloh (zdroj: Správy NÚCEM k jednotlivým testovaniam, IŠVP)

Všetky tri úlohy patrili k slovným úlohám s reálnym kontextom, textové zadanie dvoch z nich bolo doplnené obrázkom. Ďalšia charakteristika úloh je uvedená v tab. 1. Podľa úspešnosti žiakov pri ich riešení v testovaniach bola úloha z T9 zaradená medzi stredne obťažné, úloha z T5 bola vyhodnotená ako ľahká a úloha z maturity ako veľmi ľahká. Z tohto dôvodu sa nám zvolené úlohy javili ako vhodné pre riešiteľov rôznych vekových kategórií (aj pre deti mladšieho školského veku) a rôznych úrovní matematických schopností. Očakávali sme preto, že väčšina riešiteľov úlohy vyrieši, zaujímalo nás ale, aký spôsob riešenia si zvolia.

[2] Obťažnosť úlohy (testovej položky) sa určuje ako percentuálny podiel žiakov, ktorí úlohu vyriešili správne. Platí pritom, že čím je číselná hodnota obťažnosti úlohy vyššia, tým väčšia časť žiakov mala správne vyriešenú úlohu, a tým bola úloha ľahšia.

V ďalšom texte sa postupne venujeme jednotlivým úlohám a rôznym stratégiám, ktoré riešitelia pri riešení použili. Bližšie popíšeme najmä tie, ktorým školská matematika nevenuje veľkú pozornosť.

Úloha: Dvojičky

V rodinnom albume je 77 fotografií, na ktorých sú dvojičky Adam alebo Jana. Obe dvojičky sú spolu na 30 fotografiách. Fotografií, na ktorých je len Jana, je o 5 viac ako fotografií, na ktorých je len Adam. Na koľkých fotografiách albumu je len Jana?

Úlohu Dvojičky riešili študenti rozširujúceho štúdia matematiky v rámci predmetu zameraného na stratégie a metódy riešenia matematických úloh. V riešeniach študentov sa vyskytla aritmetická, algebraická i grafická cesta.

Algebraická cesta riešenia tejto úlohy sa vyskytla v dvoch podobách, z ktorých obidve chápeme ako rovnicovú stratégiu, a teda „školsky“ očakávané. Prvou bola lineárna rovnica s jednou neznámou: $x + (x - 5) + 30 = 77$, kde x je počet fotografií, na ktorých je len Jana.[3] Druhou bola sústava dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi: $x + y + 30 = 77, x = y + 5$, kde x je počet fotografií, na ktorých je len Jana, a y počet fotografií, na ktorých je len Adam. Študenti povedali, že tento spôsob by pri riešení na hodinách matematiky preferovali, pretože ho majú „v krvi“.

	Jana	Adam	Spolu Jana a Adam	Počet všetkých fotografií
1.	20	15	30	65
2.	22	17	30	69
3.	25	20	30	75
4.	26	21	30	77

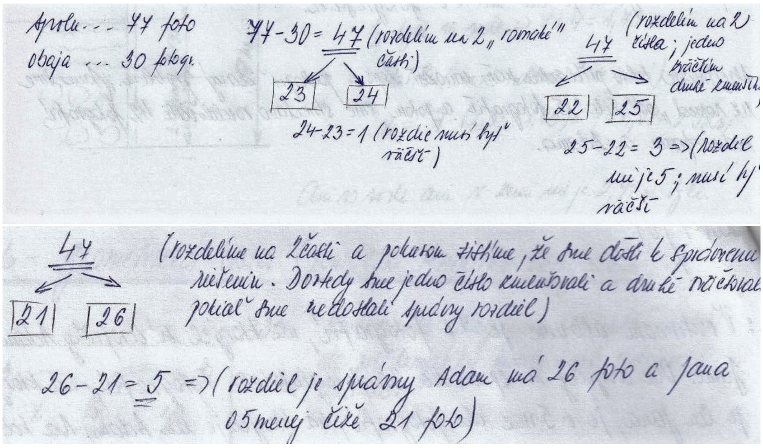
Tabuľka 2. Odhad, overenie, oprava (študentka rozširujúceho štúdia matematiky). Odhadneme počet fotografií, na ktorých je len Jana, a dopočítame počet fotografií, na ktorých je len Adam. K ich súčtu pričítame ešte 30 fotografií oboch dvojičiek súčasne, overíme, či sa celkový súčet líši od súčtu 77. Tieto hodnoty zapíšeme do tabuľky a podľa výsledného súčtu opravujeme počet fotografií Jany.

Aritmetická cesta sa prejavila viacerými stratégiami. Okrem stratégie úsudkom, ktorej podstata je rovnaká ako pri riešení jednej lineárnej rovnice s jednou neznámou[4]

[3]Vyskytlo sa aj riešenie s lineárnou rovnicou $(x + 5) + x + 30 = 77$, kde x je počet fotografií, na ktorých je len Adam.

[4]Od počtu všetkých fotografií odpočítame tie, na ktorých sú obe dvojičky súčasne: $77 - 30 = 47$; teda 47 fotografií je takých, že je na nich len Jana alebo len Adam. Počet fotografií, na ktorých je len Jana, je o 5 viac ako tie, na ktorých je len Adam. Týchto 5 fotografií odčítame: $47 - 5 = 42$. Teraz 42 fotografií rozdelíme rovnakým dielom Jane a Adamovi: $42 : 2 = 21$. Len Adam bol tak na 21 fotografiách, len Jana na o 5 viac. Takže len Jana je na 26 fotografiách. (Túto stratégiu využila pri riešení aj štvrtáčka základnej školy.)

(ale bez zostavenia rovnice a zavedenia neznámej), by sme chceli poukázať na ďalšie dve stratégie. Prvou je odhad, overenie, oprava, ktorá je opísaná v tab. 2. Študentka najprv odhadla počet fotografií, na ktorých je len Jana, a ostatné čísla dopočítala. Keďže bol celkový počet fotografií odlišný od údaju zo zadania, riešiteľka upravila (zväčšila) prvé číslo, a postupovala dovtedy, kým jej súčet v poslednom stĺpci nevyšiel rovnaký ako celkový počet fotografií.[5] Druhú stratégiu je možné označiť ako systematické experimentovanie a študentka ju opísala na obr. 1.



Obrázok 1. Systematické experimentovanie (študentka rozširujúceho štúdia matematiky) Napriek tomu, že z uvedených stratégií sa riešenie úsudkom a lineárnou rovnicou s jednou neznámou javí ako najrýchlejšie, ďalšie uvedené stratégie považujeme za veľmi praktické a vhodné pri objavovaní v matematike.

Ďalšie riešenie úlohy na obr. 2 bolo založené na tom, že zo 47 fotografií sa hneď na začiatku pridelilo Jane 5 fotografií, ktoré mala v porovnaní s Adamom naviac, a potom sa prideľovalo každému z dvojičiek po jednej fotografii na „striedačku“, až kým riešiteľovi fotografie „nedošli“.[6] Tretí „prípad“ grafickej cesty (na obr. 3) využil rozdelenie bloku – celku (77 fotografií) postupne podľa vzťahov uvedených v zadaní úlohy.[7]

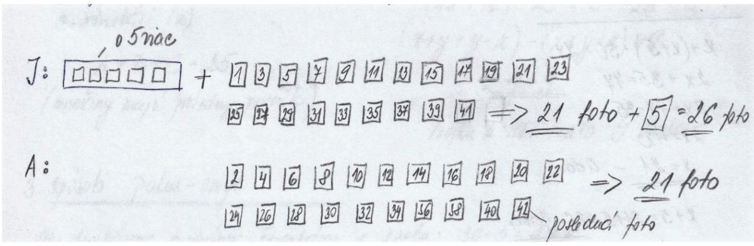
---

[5]Už pri prvom odhade v tabuľke by bolo možné určiť, že celkový súčet 65 sa líši od zadaného súčtu 77 o 12 fotografií a tie rozdelíme rovnakým dielom obom z dvojičiek.

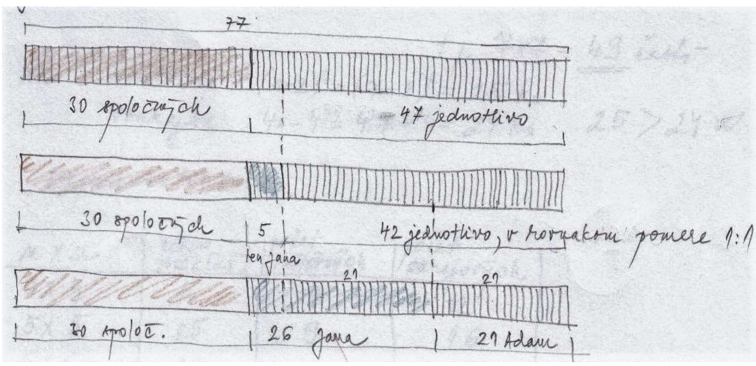
[6]Myslíme si, že takéto riešenie bolo ovplyvnené grafickou cestou riešenia úlohy o prasiatkach a sliepkach z [4].

[7]Tento spôsob riešenia bol ovplyvnený „obrázkovým“ riešením slovných úloh, s ktorým sme sa stretli prvýkrát vo februári 2019 na dielni A. Jančaříka v rámci seminára pre učiteľov matematiky *Dva dny s didaktikou matematiky* (Praha, PedF Univerzita Karlova).

Napriek znalostiam študentov z teórie množín riešenie tejto úlohy pomocou Vennových diagramov chýbalo. Pripisujeme to absencii množinového aparátu v matematike základnej školy.



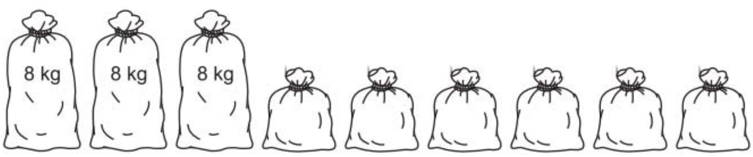
Obrázok 2. Grafická cesta I (študentka rozširujúceho štúdia matematiky)



Obrázok 3. Grafická cesta II (študentka rozširujúceho štúdia matematiky)

Úloha: Vrecia s múkou

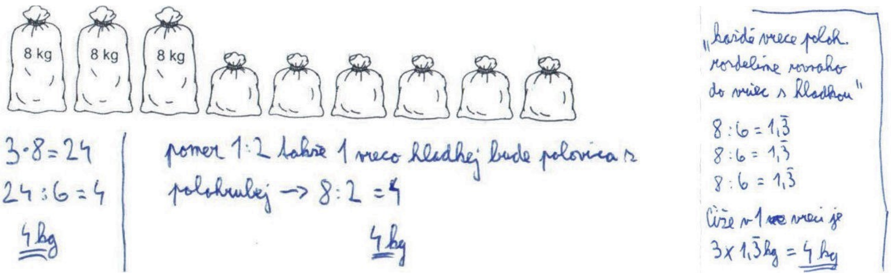
Do pekárne doviezli rovnaké množstvo polohrubej a hladkej múky. Polohrubá múka bola v troch veľkých vreciach, pričom každé vrece malo hmotnosť 8 kg. Hladkú múku doviezli v šiestich menších vreciach. Každé vrece s hladkou múkou malo rovnakú hmotnosť. Akú hmotnosť malo jedno vrece hladkej múky? Výsledok uveď v kilogramoch.



Obrázok 4. Vrecia s múkou

Kmeň tejto slovnej úlohy je zložený z textovej a obrázkovej časti, pričom pripojený obrázok (obr. 4) nie je pre jej riešenie nevyhnutný. Neobsahuje žiadne iné informácie ako tie, ktoré sú uvedené v texte, je ale pre 10-11-ročné deti vhodný, pretože vizualizuje situáciu, a tým môže pomôcť pri riešení. Ako príklad stratégie úsudkom aritmetickou cestou možno uviesť postup 6-ročného prváka: „… Rozmýšľal som, prečo sú tam tri veľké vrecia a šesť malých… dve malé musia byť jedno veľké, takže malé vrece musí vážiť štyri kilogramy…“ Túto úlohu nám ale učitelia primárneho vzdelávania či matematiky charakterizovali ako slovnú úlohu zameranú na použitie násobilky. To sa prejavilo v riešení štvrtákov (chlapec a dievča), ktorí úlohu riešili tiež aritmetickou cestou. Najprv zistili celkovú hmotnosť troch vriec s polohrubou múkou $(3 \cdot 8 = 24)$ a následne ju vydelili šiestimi vrecami hladkej múky $(24 : 6 = 4)$.

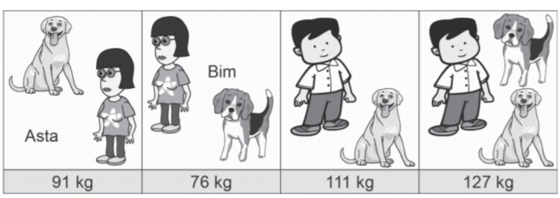
Rovnakú „školskú“ stratégiu (násobilkovú) ako štvrtáci využila väčšina študentov a študentiek bakalárskeho štúdia predškolskej a elementárnej pedagogiky (až 32 z 36). U dvoch sa vyskytla stratégia úsudkom ako u spomenutého prváka základnej školy, jedna vyriešila úlohu oboma stratégiami a jeden okrem uvedených stratégií použil ďalšiu, ktorú sme vôbec neočakávali – obr. 5.



Obrázok 5. Tri rôzne stratégie od jedného riešiteľa (študent bakalárskeho štúdia predškolskej a elementárnej pedagogiky)

Úloha: Súrodenci a psy

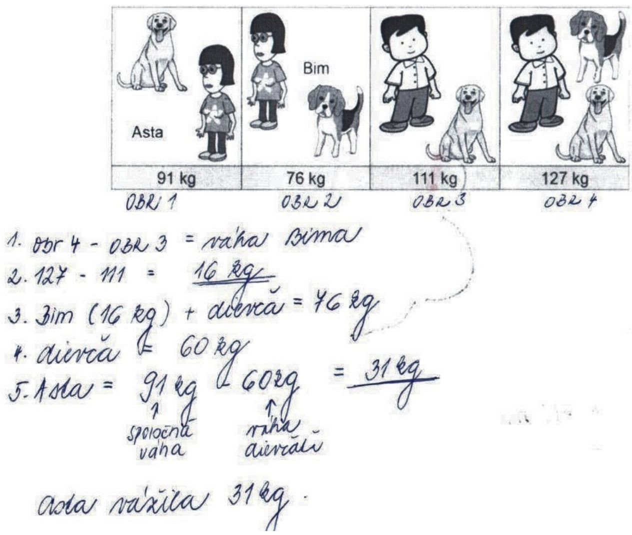
Súrodenci Novákovci potrebovali odvážiť psov Bima a Astu. Psy odmietali pokojne sedieť na váhe, preto sa odvážili spolu s nimi tak, ako je znázornené na obrázkoch (obr. 6). Koľko kilogramov vážila Asta?



Obrázok 6. „4-okienkový“ obrázok k úlohe Súrodenci a psy

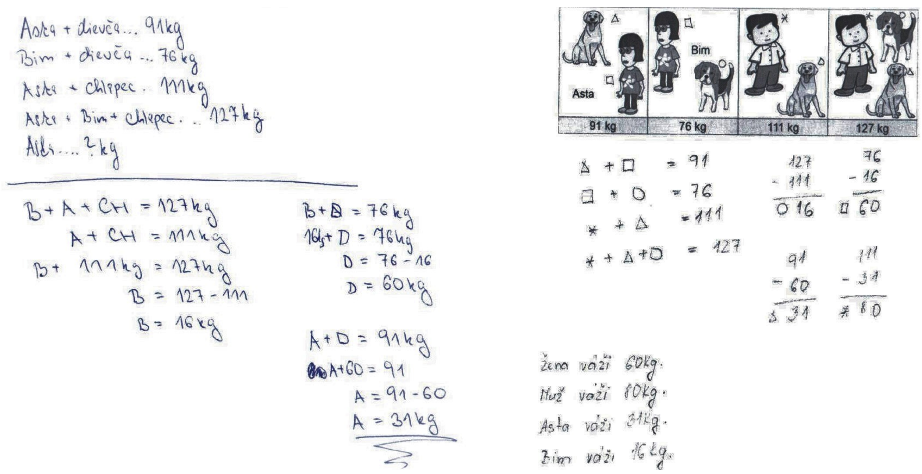
Úlohu môžeme zaradiť medzi slovné úlohy s obrázkom, ktorej kmeň má dve časti. Prvou časťou je text, v ktorom je zadaná expozícia, teda opis situácie, a výzva, čo má riešiteľ zistiť. V texte nie sú ale údaje vedúce k vyriešeniu úlohy. Na to slúži obrázok obsahujúci štyri „okienka“, pričom v každom je pomocou postavičiek (súrodenci Novákovci, psy Bim a Asta) a číselných hodnôt určený vzťah medzi ich hmotnosťou.

Úlohu sme zadali dvom štvrtákom základnej školy – chlapcovi a dievčaťu. Kým chlapec napriek prvotnému veľkému záujmu úlohu nakoniec odmietol riešiť, dievča sa do riešenia pustilo bez otázok. Približne po troch minútach ticha si zapísalo na papier odpoveď: „Asta vážila 31 kilogramov.“ Po doplňujúcich otázkach a výzvach odpovedalo: „Najskôr som si vypočítala Bima. Ten mal 16 kíl. … 127 mínus 111 je 16. Takže toľko vážil Bim, lebo tu ho iba pridali. … Ona vážila, lebo keď 76 mínus 16, to je 60, takže ona vážila 60, a keď od 91 odpočítavame 60, tak to je 31.“ Takto sformulovaná aritmetická cesta s použitou stratégiou úsudok je zobrazená napríklad aj na obr. 7.



Obrázok 7. Aritmetická cesta (študentka bakalárskeho štúdia predškolskej a elementárnej pedagogiky)

Riešenie aritmetickou cestou sa očakávalo aj od žiakov 9. ročníka v testovaní T9, keďže iná stratégia – zostavenie sústavy 4 lineárnych rovníc so 4 neznámymi a jej riešenie (obr. 8 vľavo), t. j. riešenie algebraickou cestou, nepatrí k obsahovým a výkonovým štandardom, ktoré má ovládať absolvent základnej školy. Úlohu sme zadali aj študentom bakalárskeho štúdia primárnej a elementárnej pedagogiky. V riešeniach týchto 35 študentov prevažovala aritmetická cesta (29 študentov), dvakrát sa vyskytla algebraická cesta, ostatné prípady predstavovali riešenie kombinované, v ktorých študenti zapísali vzťahy medzi hmotnosťami pomocou rovníc, úlohu ale riešili aritmeticky (obr. 8 vpravo). Domnievame sa, že je to spôsobené „potrebou“ žiakov po premennej pri riešení, na ktorú si v školskej matematike zvykli, na druhej strane je aritmetické riešenie pre nich „prirodzenejšie“, pretože si „netreba nič špeciálne pamätať“.



Obrázok 8. a) Algebraická cesta; b) Kombinovaný spôsob riešenia (študenti bakalárskeho štúdia predškolskej a elementárnej pedagogiky)

3 Riešenie úloh zo školskej matematiky „sedliackym“ rozumom?

Úlohy z celoslovenských testovaní matematiky organizované NÚCEM-om sú v súlade s inovovaným Štátnym vzdelávacím programom. Ich cieľom je (okrem iného) otestovať zručnosti žiakov nadobudnuté počas daného stupňa vzdelávania, ktorého súčasťou je aj poznávanie rôznych stratégií a ich použitie pri riešení úloh. Častým javom v školskej praxi je ale preferovanie riešenia niektorých úloh pomocou vzorca alebo postupu, ktorý bol prezentovaný (najčastejšie učiteľom) ako jediný správny pre riešenie, a ktorý sme si nazvali ako „školská“ stratégia. Žiaci si tieto stratégie nacvičia a musia ich použiť pri riešení konkrétnych úloh, inak sú niekedy postihovaní, lebo sa nenaučili to, čo mali.[8]

[8]Samozrejme nemáme na mysli úlohy, ktoré by boli bez „školských“ stratégií v podstate neriešiteľné ako napríklad negácia implikácie či derivácia funkcie. Takisto nechceme popierať význam „nového“ učiva.

Napriek tomu, že uvedené tri úlohy bolo možné riešiť vhodnou „školskou“ stratégiou, s ktorou sa vysokoškolskí študenti riešiaci predložené úlohy stretli v matematike na základnej a strednej škole, v mnohých prípadoch zvolili stratégiu rovnakú ako nami sledovaní žiaci 1. stupňa základnej školy. Bolo by vhodné preto častejšie nechať žiakov na hodinách matematiky trénovať ich „sedliacky“ rozum, používať napríklad stratégie pokus-omyl, úsudok či systematické experimentovanie (pretože mnohé vzorce a algoritmy sa zabudnú). A potom so žiakmi porovnať myšlienkovú náročnosť, „eleganciu“ alebo dĺžku riešenia pri použití rôznych stratégií, a aj takýmto spôsobom rozšíriť žiakom ich obzory.

Literatúra – References

[1] Eisenmann, P., Novotná, J., Přibyl, J.: *Předpoklady žáka k řešení úloh a různé způsoby jejich řešení.* In Bastl, B., Lávička, M. (Eds.): Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, 8.–10. listopadu 2018, Srní, Plzeň: Jednota českých matematiků a fyziků, Katedra matematiky FAV ZČU 2018, str. 9 – 28.

[2] Hejný, M., Michalcová, A.: *Skúmanie matematického riešiteľského postupu.* Metodické centrum v Bratislave, Bratislava 2001.

[3] Kopka, J.: *Hrozny problémů ve školské matematice.* Acta Universitatis UJEP, Ústí nad Labem 1999.

[4] Kopka, J.: *Výzkumný přístup při výuce matematiky.* Acta Universitatis UJEP, Ústí nad Labem 2004.

[5] Pólya, G.: *How to Solve It.* (Expanded Princeton Science Library Edition, with a new foreword by John H. Conway). Princeton University Press, Princeton and Oxford 2004.

[6] Přibyl, J.: *Řešení matematických úloh na druhém stupni ZŠ pomocí heuristických strategií.* (Dizertačná práca.) Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova, Praha 2015.

[7] NÚCEM: *Národné merania.* https://www.nucem.sk/sk/merania

[8] Štátny pedagogický ústav: *Inovovaný Štátny vzdelávací program.* (IŠVP) www.statpedu.sk/sk/svp/inovovany-statny-vzdelavaci-program

Poďakovanie: Článok vznikol s podporou grantu VEGA1/0079/19 (*Analýza kritických miest v školskej matematike a identifikácia faktorov ovplyvňujúcich postoj žiakov k matematike*). Poďakovanie patrí NÚCEM-u za poskytnutie údajov a zadaní uvedených testových položiek, a samozrejme žiakom a študentom, ktorí sa ochotne zapojili do riešenia úloh.

Adresy autoriek:

Pedagogická fakulta, Katolícka univerzita v Ružomberku, Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok

e-mail: lienka.valentova@gmail.com, lucia.csachova@gmail.com

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

Prvočíselné magické čtverce

Michal Křížek

Abstract [Prime Numbers Magic Squares]: According to the Green-Tao theorem there exist arbitrarily long arithmetical progressions of a finite length containing only prime numbers. We use this deep mathematical statement to prove the existence of prime number magic squares of an arbitrary order $n \geq 3$. Finally, we construct a prime number magic cube $3 \times 3 \times 3$.

Key words: Primes, magic squares, Green-Tao theorem, arithmetic progressions

Souhrn: Podle Greenovy-Taovy věty existují libovolně dlouhé aritmetické posloupnosti konečné délky, které obsahují pouze prvočísla. Tento hluboký matematický výsledek použijeme k důkazu existence prvočíselných magických čtverců libovolného řádu $n \geq 3$. Na závěr zkonstruujeme prvočíselnou magickou krychli $3 \times 3 \times 3$.

Klíčová slova: Prvočísla, magické čtverce, Greenova-Taova věta, aritmetické posloupnosti

MESC: A20, F60

Úvod

Magickým čtvercem řádu n rozumíme čtvercovou matici $n \times n$, která obsahuje vzájemně různá přirozená čísla a přitom je součet čísel v libovolném řádku, v libovolném sloupci i na obou úhlopříčkách týž. Tento součet budeme v celém článku značit symbolem s. Je to vlastně stopa příslušné matice.

Případ $n = 1$ je triviální a případ $n = 2$ je zřejmě přeurčený. Proto nadále budeme uvažovat jen řády $n \geq 3$. Již staří Číňané znali magický čtverec

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

V Evropě se magickými čtverci vážně zabýval Michael Stifel (1487 – 1567), který v knize *Arithmetica integra* (1544) sestavil magický čtverec o rozměrech 16×16.

Magický čtverec řádu n se nazývá *normální*, jestliže obsahuje po sobě jdoucí přirozená čísla $1, 2, \dots, n^2$ (srov. (1)). Konstruktivní důkaz následující věty je uveden například v [1], [8], [9].

Věta 0.1
Pro libovolné $n \geq 3$ existuje normální magický čtverec řádu n.

Normální magické čtverce řádu n samozřejmě nejsou jednoznačně určeny. Např. transpozice matice (1) nebo její otočení o $90°$ je opět normálním magickým čtvercem. Těmito operacemi ale nelze převést následující dva magické čtverce jeden na druhý (všimněme si, že mají stejnou diagonálu s kladným sklonem a součtem $s = 11+12+ + 13 + 14 + 15 = 65$):

$$\begin{pmatrix} 17 & 24 & 1 & 8 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 23 & 6 & 19 & 2 & 15 \\ 10 & 18 & 1 & 14 & 22 \\ 17 & 5 & 13 & 21 & 9 \\ 4 & 12 & 25 & 8 & 16 \\ 11 & 24 & 7 & 20 & 3 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Dokonce existuje 275 305 224 různých normálních magických čtverců řádu 5, které nelze pomocí konečného počtu transpozic a otočení o $90°$ převést jeden na druhý [10].

Součet dvou magických čtverců stejného řádu je zřejmě magický čtverec. Vynásobíme-li všechny prvky magického čtverce stejným přirozeným číslem, dostaneme opět magický čtverec, viz [2], [14].

Nedávno na YouTube udivoval malý chlapec hbitým počítáním magických čtverců 5×5 zpaměti pro předem zadaný trojciferný součet s dělitelný pěti. Hlavní trik spočíval v tom, že mu stačilo si zapamatovat jeden magický čtverec obsahující čísla $1, 2, \dots, 25$. Chlapci byl zadán součet $s = 265$. Protože si dobře pamatoval první magický čtverec z (2), přičetl ke všem jeho prvkům stejné číslo $c = (265 - 65)/5 = = 40$. Tak okamžitě dostal hledaný magický čtverec

$$\begin{pmatrix} 57 & 64 & 41 & 48 & 55 \\ 63 & 45 & 47 & 54 & 56 \\ 44 & 46 & 53 & 60 & 62 \\ 50 & 52 & 59 & 61 & 43 \\ 51 & 58 & 65 & 42 & 49 \end{pmatrix}.$$

Podobný trik použijeme ve 3. kapitole ke konstrukci prvočíselných magických čtverců.

1 Greenova-Taova věta

Jedním z nejkrásnějších a zároveň nejpřekvapivějších matematických tvrzení z počátku 21. století je Greenova-Taova věta publikovaná v Annals of Mathematics, viz [6].

Věta 1.1 (Greenova-Taova)
Pro každé přirozené číslo k existuje aritmetická posloupnost prvočísel délky k.

Její původní téměř sedmdesátistránkový velice obtížný důkaz byl nedávno zkrácen zhruba na třetinu, viz [3].

Například pro $k = 3,\ 5,\ 6$ následující aritmetické posloupnosti

$$\begin{aligned}&3,\ 5,\ 7\\&5,\ 11,\ 17,\ 23,\ 29\\&7,\ 37,\ 67,\ 97,\ 127,\ 157\end{aligned}$$

obsahují pouze prvočísla. Jiná aritmetická posloupnost prvočísel délky $k = 10$ je tato:

$$199,\ 409,\ 619,\ 829,\ 1039,\ 1249,\ 1459,\ 1669,\ 1879,\ 2089. \tag{3}$$

Ještě delší aritmetická posloupnost prvočísel je tvaru

$$(223\,092\,870\,j + 2\,236\,133\,941)_{j=0}^{15}. \tag{4}$$

Všimněte si, že prvočísla v posloupnosti (4) jsou obrovská. Hlavním důvodem je skutečnost, že množina přirozených čísel obsahuje libovolně dlouhé úseky po sobě jdoucích složených čísel, např. pro libovolné přirozené číslo $m > 1$ posloupnost

$$m! + 2,\ m! + 3, \dots, m! + m$$

délky $m - 1$ jistě neobsahuje žádné prvočíslo, protože $m! + 2 = 1 \cdot 2 \cdots m + 2$ je dělitelné 2, číslo $m! + 3$ je dělitelné 3 atd.

Greenova-Taova věta je speciálním případem slavné Erdösovy-Turánovy domněnky, která tvrdí:

Nechť součet převrácených hodnot prvků z podmnožiny $B \subset \{1, 2, 3, \dots\}$ je nekonečný. Pak B obsahuje aritmetickou posloupnost libovolné konečné délky.

Dodnes není tato domněnka dokázána v plné obecnosti. Green a Tao dokázali jen její speciální případ, kdy $B = P$ je množina prvočísel, protože

$$\sum_{p \in P} \frac{1}{p} = \infty.$$

2 Existence prvočíselných magických čtverců

Prvočíselným magickým čtvercem rozumíme magický čtverec, který obsahuje pouze prvočísla, tj. přirozená čísla, která mají právě dva různé dělitele. Důkaz následující věty je konstruktivní.

Věta 2.1
Pro libovolné $n \geq 3$ existuje nekonečně mnoho prvočíselných magických čtverců řádu n.

Důkaz. Nejprve ukážeme, že pro dané $n \geq 3$ existuje alespoň jeden prvočíselný magický čtverec. Podle Greenovy-Taovy věty 1.1 existuje n^2 prvočísel $p_1, p_2, \ldots, p_{n^2}$, která tvoří aritmetickou posloupnost. Označme $a = p_1$ počáteční člen této posloupnosti a $d = p_2 - p_1$ její diferenci. Podle věty 0.1 existuje magický čtverec řádu n obsahující po sobě jdoucí přirozená čísla $1,\ 2, \ldots,\ n^2$. Vynásobíme-li jej číslem d, dostaneme opět magický čtverec. Přičteme-li nyní ke všem jeho prvkům číslo $a - d$, dostaneme rovněž magický čtverec. Jinými slovy, čísla $1, 2, \ldots, n^2$ nahradíme ve stejném pořadí prvočísly $p_1, p_2, \ldots, p_{n^2}$, čímž dostaneme hledaný magický čtverec.

Sporem se nyní snadno přesvědčíme, že takových prvočíselných magických čtverců řádu $n \geq 3$ musí být nekonečně mnoho. Nechť je tedy $n \geq 3$ libovolné pevné přirozené číslo a předpokládejme naopak, že existuje jen $m \geq 1$ prvočíselných magických čtverců řádu n. Podle Greenovy-Taovy věty 1.1 ale existuje aritmetická posloupnost prvočísel délky $n^2 + m$, která nám pomocí věty 0.1 umožňuje zkonstruovat $m + 1$ různých prvočíselných magických čtverců z posloupností

$$\begin{aligned}
&p_1, p_2, \ldots, p_{n^2},\\
&p_2, p_3, \ldots, p_{n^2+1},\\
&\vdots\\
&p_{m+1}, p_{m+2}, \ldots, p_{n^2+m},
\end{aligned}$$

což je spor. □

Na dvou příkladech si nyní ukážeme, jak lze prvočíselné magické čtverce konkrétně zkonstruovat.

Příklad 2.2
V důkazu předchozí věty zvolíme $a = 199$ a $d = 210$, což odpovídá posloupnosti (3). Pomocí (1) tak získáme následující prvočíselný magický čtverec

$$\begin{pmatrix} 829 & 1879 & 409 \\ 619 & 1039 & 1459 \\ 1669 & 199 & 1249 \end{pmatrix},$$

pro nějž je $s = 3117$. Pro stejnou posloupnost můžeme zvolit i $a = 409$, $d = 210$ a dostaneme jiný prvočíselný magický čtverec.

Příklad 2.3
Vyjdeme z normálního čtverce

$$\begin{pmatrix} 1 & 14 & 15 & 4 \\ 12 & 7 & 6 & 9 \\ 8 & 11 & 10 & 5 \\ 13 & 2 & 3 & 16 \end{pmatrix}$$

a v důkazu věty 2.1 položme $a = 2\,236\,133\,941$ a $d = 223\,092\,870$. Tímto způsobem podle (4) dostaneme následující prvočíselný magický čtverec

$$\begin{pmatrix} 2236133941 & 5136341251 & 5359434121 & 2905412551 \\ 4690155511 & 3574691161 & 3351598291 & 4020876901 \\ 3797784031 & 4467062641 & 4243969771 & 3128505421 \\ 4913248381 & 2459226811 & 2682319681 & 5582526991 \end{pmatrix}.$$

3 Další prvočíselné magické čtverce

Studium magických čtverců v rámci rekreační matematiky je vřele doporučováno našimi didaktiky [5, 11]. Rozvíjí se totiž přitom logické myšlení. Podívejme se proto na další prvočíselné čtverce, které ale již nejsou konstruovány pomocí Greenovy-Taovy věty 1.1.

Rudolf Ondrejka (1928 – 2001) nalezl prvočíselný magický čtverec

$$\begin{pmatrix} 17 & 89 & 71 \\ 113 & 59 & 5 \\ 47 & 29 & 101 \end{pmatrix},$$

jehož prvky ale netvoří aritmetickou posloupnost, jestliže je srovnáme podle velikosti.

Jiný příklad ukazuje, že

$$\begin{pmatrix} 37 & 82 & 97 & 41 \\ 53 & 61 & 71 & 73 \\ 89 & 67 & 59 & 43 \\ 79 & 47 & 31 & 101 \end{pmatrix}$$

je magický čtverec, jenž obsahuje po sobě jdoucí prvočísla, která ale evidentně netvoří aritmetickou posloupnost. Je zajímavé, že podobný prvočíselný magický čtverec řádu 3 s po sobě jdoucími prvočísly a nejmenším možným součtem s obsahuje podstatně větší čísla:

$$\begin{pmatrix} 1480028201 & 1480028129 & 1480028183 \\ 1480028153 & 1480028171 & 1480028189 \\ 1480028159 & 1480028213 & 1480028141 \end{pmatrix}.$$

Představme si ještě apokalyptický prvočíselný čtverec 6×6

$$\begin{pmatrix} 3 & 107 & 5 & 131 & 109 & 311 \\ 7 & 331 & 193 & 11 & 83 & 41 \\ 103 & 53 & 71 & 89 & 151 & 199 \\ 113 & 61 & 97 & 197 & 167 & 31 \\ 367 & 13 & 173 & 59 & 17 & 37 \\ 73 & 101 & 127 & 179 & 139 & 47 \end{pmatrix},$$

jehož součet čísel v každém řádku, sloupci i na obou hlavních diagonálách je roven apokalyptickému číslu $s = 666$ (viz [7]). Tento součet dávají ale i tzv. přerušené diagonály v obou směrech, např. $113 + 13 + 127 + 131 + 83 + 199 = 666$ nebo $3 + 101 + 173 + 197 + 151 + 41 = 666$.

4 Některá zobecnění

Magické čtverce lze zobecňovat mnoha způsoby. Například

$$\begin{pmatrix} 11^2 & 23^2 & 71^2 \\ 61^2 & 41^2 & 17^2 \\ 43^2 & 59^2 & 19^2 \end{pmatrix}$$

je magický čtverec obsahující druhé mocniny prvočísel. Dalšími možnostmi jsou zobecnění na obdélníky, hvězdy, krychle či dokonce hyperkrychle, viz [4], [8], [12]. Kupříkladu M. Trenkler [13] uvádí jednoduchou nutnou a postačující podmínku pro existenci magické d-rozměrné hyperkrychle řádu n. Podle Greenovy–Taovy věty 1.1 lze tak snadno dokazát i existenci prvočíselné magické hyperkrychle. Na závěr si ukažme, jak lze konkrétně zkonstruovat prvočíselnou magickou krychli $3 \times 3 \times 3$.

Příklad 4.1
Uvažujme číselnou krychli $3 \times 3 \times 3$, jejíž přední, prostřední a zadní vrstva má tvar

$$\begin{pmatrix} 8 & 24 & 10 \\ 12 & 7 & 23 \\ 22 & 11 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 15 & 1 & 26 \\ 25 & 14 & 3 \\ 2 & 27 & 13 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 19 & 17 & 6 \\ 5 & 21 & 16 \\ 18 & 4 & 20 \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Prostřední vrstva zřejmě tvoří magický čtverec se součtem $s = 42$. Z druhých řádků, resp. druhých sloupců lze rovněž sestavit magické čtverce 3×3 se stejným součtem s:

$$\begin{pmatrix} 12 & 7 & 23 \\ 25 & 14 & 3 \\ 5 & 21 & 16 \end{pmatrix}, \quad \text{resp.} \quad \begin{pmatrix} 24 & 1 & 17 \\ 7 & 14 & 21 \\ 11 & 27 & 4 \end{pmatrix}.$$

Navíc vidíme, že také všechny čtyři prostorové diagonály krychle dávají stejný součet

$$s = 8 + 14 + 20 = 22 + 14 + 6 = 9 + 14 + 19 = 10 + 14 + 18.$$

Protože krychle (5) obsahuje všechna přirozená čísla $1,\ 2, \dots,\ 27$, jde o tzv. *normální magickou krychli*.

Shodou okolností byla v září roku 2019 nalezena nejdelší dosud známá prvočíselná aritmetická posloupnost délky 27 (viz [15]):

$$(18\,135\,696\,597\,948\,930\,j + 224\,584\,605\,939\,537\,911)_{j=0}^{26}\,.$$

Pomocí ní lze sestavit prvočíselnou magickou krychli řádu 3 tak, že v normální magické krychli (5) postupně nahradíme čísla $1,\ 2, \dots,\ 27$ výše uvedenými prvočísly.

Literatura – References

[1] Andrew, W. S.: *Magic squares and cubes*, Dover, New York, 1960.

[2] Barton, O., Sudbery, J.: *Magic squares and matrix models of Lie algebras*, Adv. Math. 180 (2003), 596 – 647.

[3] Conlon, D., Fox, J., Zhao, Y.: *The Green-Tao theorem: an exposition*, arXiv: 1403.2957, 2014, 1 – 26.

[4] Dénes, J., Keedwell, A. D.: *Latin squares and their applications*, Akadémiai Kiadó, Budapest; Academic Press, New York, 1974.

[5] Frobisher, L., Kopka, J., Trenkler, M.: *Skúmanie v školskej matematike – Magický štvorec a mobilný telefón*, Obzory mat. fyz. inf. 36 (2007), č. 1, 6 – 14.

[6] Green, B., Tao, T.: *The primes contain arbitrarily long arithmetic progressions*, Ann. of Math. 167 (2008), 481 – 547.

[7] Křížek, M., Somer, L., Šolcová, A.: *Kouzlo čísel: Od velkých objevů k aplikacím* (třetí vydání), Edice Galileo, sv. 39, Academia, Praha, 2018.

[8] Pickover, C. A.: *The zen of magic squares, circles, and stars*, Princeton University Press, Princeton, 2002.

[9] Postnikov, M. M.: *Magičeskie kvadraty*, Nauka, Moskva, 1964.

[10] Ratliff, L. J.: *The dimension of the magic square vector space*, Amer. Math. Monthly 66 (1959), 793 – 795.

[11] Semanišinová, I., Trenkler, M.: *O nadprirozenej korytnačke, magických štvorcoch a kockách*, Obzory mat. fyz. inf. 29 (2000), č. 4, 21 – 34.

[12] Trenkler, M.: *Magické hviezdy*, Obzory mat. fyz. inf. 27 (1998), č. 51, 17.
[13] Trenkler, M.: *Konštrukcia magických p-rozmerných kociek*, Obzory mat. fyz. inf. 29 (2000), č. 2, 19 – 29.
[14] Ward, J. E.: *Vector spaces of magic squares*, Math. Magazine. 53 (1980), 108 – 111.
[15] https://en.wikipedia.org/wiki/Primesinarithmeticprogressions

Poděkování: Autor děkuje L. Somerovi za cenné připomínky. Článek byl podpořen RVO 67985840.

Adresa autora:

Matematický ústav AV ČR, Žitná 25,
115 67 Praha 1,
e-mail: krizek@math.cas.cz

Zadania úloh 70. ročníka Matematickej olympiády

Kategória Z5

Úloha Z5–I–1. (*Marie Krejčová*) Pán Krbec s kocúrom Kokešom predávali na hrade Kulíkov vstupenky. V sobotu predali 210 detských vstupeniek po 25 grošov a tiež nejaké vstupenky pre dospelých po 50 grošov. Celkom za ten deň utŕžili 5 950 grošov. Koľko predali vstupeniek pre dospelých?

Úloha Z5–I–2. (*Eva Semerádová*) Deti na tábore hádzali hracou kockou a podľa výsledkov plnili nasledujúce úlohy:

1	choďte 1 km na západ	4	choďte 1 km na juh
2	choďte 1 km na východ	5	stojte na mieste
3	choďte 1 km na sever	6	choďte 3 km na sever

Po piatich hodoch bolo Marekovo družstvo 1 km východne od štartu.

1. Akú trasu mohlo Marekovo družstvo prejsť? Naznačte aspoň štyri možnosti.
2. Aký mohol byť celkový súčet všetkých čísel, ktoré tomuto družstvu padli? Určte všetky možnosti.

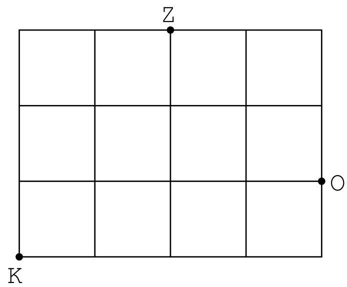
Úloha Z5–I–3. (*Libuše Hozová*) Pán režisér Alík potreboval do televíznej rozprávky štyri psy. Dostal ponuku z Grécka, Belgicka, Írska a z Dolnej Lehoty. Vybral ovčiaka, dalmatína, vlkodava a jazvečíka, každého z inej krajiny, s rôznym menom a rôznym vekom.

- Najstarší zo psov bol jazvečík, mal 5 rokov.
- Bucki bol z nich druhý najmladší.
- Vlkodav pochádzal z Írska.
- Pes z Dolnej Lehoty sa volal Dunčo.
- Oddi oslávil včera svoje štvrté narodeniny.
- Ovčiak pochádzal z Belgicka.
- Rubby nebol dalmatín.
- Vlkodav mal tri roky.
- Najmladší z vybraných psov bol Rubby, mal dva roky.

Zistite, ako sa každý vybraný pes volal, odkiaľ pochádzal, akej bol rasy a koľko mal rokov.

Úloha Z5–I–4. (*Michaela Petrová*) Mamička uvarila domácu ríbezľovú šťavu a nalievala ju do fliaš. Fľaše mala dvojaké: malé s objemom 500 ml a veľké s objemom 750 ml. Nakoniec jej zvýšilo 12 malých fliaš prázdnych, ostatné fľaše boli úplne naplnené. Potom mamička zistila, že mohla šťavu nalievať tak, aby jej zvýšili prázdne iba veľké fľaše a všetky ostatné boli úplne naplnené. Koľko prázdnych fliaš by jej v takom prípade zvýšilo?

Úloha Z5–I–5. (*Eva Semerádová*) V štvorčekovej sieti so štvorčekmi s rozmermi 1 cm $\times$ 1 cm na obrázku 1 sú vyznačené tri mrežové body K, O a Z. Určte uzlový bod A tak, aby obsah štvoruholníka $KOZA$ bol 4 cm^2.



Obrázok 1

Úloha Z5–I–6. (*Martin Mach*) Myslím si päťciferné číslo tvorené párnymi ciframi. Keď prehodím cifru na treťom mieste s akoukoľvek inou, číslo sa zmenší. Ďalej prezradím, že prvá cifra je dvojnásobkom poslednej a druhá cifra je dvojnásobkom predposlednej. Aké číslo si myslím?

Kategória Z6

Úloha Z6–I–1. (*Svetlana Bednářová*) Králiky Pečienka, Fašírka, Rezeň a Guláš súťažili v skoku do diaľky. Pečienka skočila o 15 cm ďalej ako Fašírka, ktorá skočila o 2 dm menej ako Guláš. Rezeň skočil 2 730 mm, teda o 1 m a 1 dm ďalej ako Pečienka. Určte poradie a dĺžky skokov všetkých králikov.

Úloha Z6–I–2. (*Martin Mach*) Vzal som klasickú čierno-bielu šachovnicu, ktorá bola tvorená 8×8 štvorcovými políčkami so stranami dĺžky 3 cm. Políčka som v danom rámci preskupil tak, že vznikol jeden čierny obdĺžnik, jeden čierny štvorec a jeden súvislý biely útvar. Jednotlivé políčka sa aj po preskupení dotýkali celými stranami. Čierne útvary sa nedotýkali (ani rohom) a každý z nich mal aspoň jednu stranu spoločnú s okrajom šachovnice. Určte najväčší možný obvod bieleho útvaru a nakreslite, ako by v takom prípade mohol vyzerať.

Úloha Z6–I–3. (*Libuše Hozová*) Mamička dala do misy 56 jahôd a 39 malín a zaniesla ich Eme, ktorá si čítala. Ema si čítanie spríjemnila maškrtením, a to tak, že si postupne brala po dvoch náhodných kusoch ovocia:

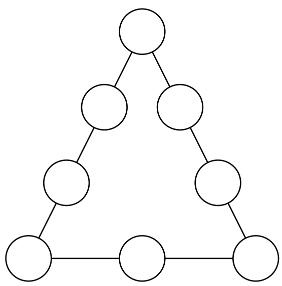
- Keď vytiahla dve maliny, vymenila ich u mamičky za jednu jahodu a tú vrátila do misy.
- Keď vytiahla dve jahody, jednu zjedla a druhú vrátila do misy.
- Keď vytiahla jednu jahodu a jednu malinu, zjedla jahodu a malinu vrátila do misy.

Takto nejakú chvíľu maškrtila, až v mise zostal jediný kus ovocia. Rozhodnite (a vysvetlite), či to bola jahoda, alebo malina.

Úloha Z6–I–4. (*Michaela Petrová*) Ctibor naprogramoval dva spolupracujúce rysovacie roboty Mikiho a Nikiho. Miki vie zostrojovať štvorce, pravidelné päťuholníky a pravidelné šesťuholníky. Počas jedného dňa však rysuje iba navzájom zhodné mnohouholníky. Niki do všetkých Mikiho mnohouholníkov dopĺňa všetky uhlopriečky.

1. V pondelok zostrojil Miki rovnaký počet úsečiek ako Niki. Ktoré mnohouholníky rysovali?
2. V utorok zostrojil Miki 18 úsečiek. Koľko ich zostrojil Niki?
3. V stredu zostrojili Miki a Niki dokopy 70 úsečiek. Koľko mnohouholníkov im dal Ctibor rysovať?

Úloha Z6–I–5. (*Alžbeta Bohiniková*) Petra vpisovala do krúžkov na obrázku 2 čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 tak, že každé bolo použité práve raz a že súčet čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký. Aký najväčší súčet mohla takto dostať? Uveďte príklad možného vyplnenia.



Obrázok 2

Úloha Z6–I–6. (*Eva Semerádová*) Anička a Marienka majú každá svoje obľúbené prirodzené číslo. Ak vynásobíme Aničkino číslo samo so sebou, vyjde nám stokrát väčšie číslo, ako keď vynásobíme Marienkino číslo samo so sebou. Ak sčítame Aničkino a Marienkino obľúbené číslo, získame číslo o 18 väčšie, ako je polovica Aničkinho čísla. Určte Aničkino a Marienkino obľúbené číslo.

Kategória Z7

Úloha Z7–I–1. (*Marie Krejčová*) Určte, ktorá cifra je na 1000. mieste za desatinnou čiarkou v desatinnom rozvoji čísla $\frac{9}{28}$.

Úloha Z7–I–2. (*Libuše Hozová*) Kubo sa dohodol s bačom, že sa mu bude starať o ovce. Bača Kubovi sľúbil, že po roku služby dostane dvadsať zlatých a k tomu jednu ovcu. Lenže Kubo dal výpoveď práve vtedy, keď uplynul siedmy mesiac služby. Aj tak ho Bača spravodlivo odmenil a zaplatil mu päť zlatých a jednu ovcu. Na koľko zlatých si bača cenil jednu ovcu?

Úloha Z7–I–3. (*Jaroslav Zhouf*) Pre skupinu detí platí, že v každej trojici detí zo skupiny je chlapec menom Adam a v každej štvorici je dievča menom Beáta. Koľko nanajvýš detí môže byť v takej skupine a aké sú v tom prípade ich mená?

Úloha Z7–I–4. (*František Steinhauser*) Medzi prístavmi Mumraj a Zmätok pendlujú po rovnakej trase dve lode. V prístavoch trávia zanedbateľný čas, hneď sa otáčajú a pokračujú v plavbe. Ráno v rovnakom okamihu vypláva modrá loď z prístavu Mumraj a zelená loď z prístavu Zmätok. Prvýkrát sa lode míňajú 20 km od prístavu Mumraj a po nejakom čase sa stretnú priamo v tomto prístave. To už modrá loď stihla uplávať trasu medzi prístavmi štyrikrát, zatiaľ čo zelená loď iba trikrát. Aká dlhá je trasa medzi prístavmi Mumraj a Zmätok?

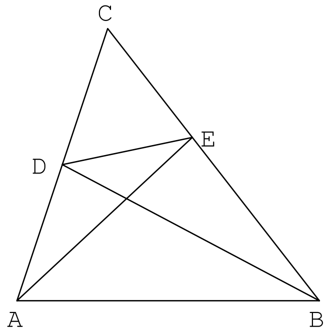
Úloha Z7–I–5. (*Katarína Jasenčáková*) Odčítacia pyramída je pyramída tvorená nezápornými celými číslami, z ktorých každé je rozdielom dvoch najbližších čísel z predchádzajúceho poschodia (čítané odspodu nahor). Tu je príklad odčítacej pyramídy:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & 2 & & 1 & & \\
 & 2 & & 4 & & 5 & \\
5 & & 7 & & 3 & & 8
\end{array}
$$

Význačné číslo je najväčšie číslo odčítacej pyramídy. Výborná pyramída je odčítacia pyramída, ktorá má vo vrchole 0 a aspoň jedno poschodie tvorené navzájom rôznymi číslami.

1. Koľko najmenej poschodí musí mať výborná pyramída?
2. Ktoré najmenšie význačné číslo môže byť obsiahnuté vo výbornej pyramíde s najmenším počtom poschodí?

Úloha Z7–I–6. (*Alžbeta Bohiniková*) V trojuholníku ABC leží na strane AC bod D a na strane BC bod E (pozri obrázok 3). Veľkosti uhlov ABD, BAE, CAE a CBD sú postupne $30°$, $60°$, $20°$ a $30°$. Určte veľkosť uhla AED.



Obrázok 3

Poznámka: obrázok je iba ilustračný.

Kategória Z8

Úloha Z8–I–1. (*Martin Mach*) Myslím si päťciferné číslo, ktoré nie je deliteľné tromi ani štyrmi. Ak každú cifru zväčším o jedna, získam päťciferné číslo, ktoré je deliteľné tromi. Ak každú cifru o jedna zmenším, získam päťciferné číslo deliteľné štyrmi. Ak prehodím ľubovoľné dve cifry, číslo sa zmenší. Aké číslo si môžem myslieť? Nájdite všetky možnosti.

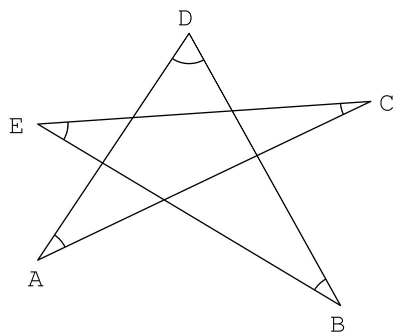
Úloha Z8–I–2. (*Libuše Hozová*) Na záhrade stáli tri debny s jablkami. Spolu bolo jabĺk viac ako 150, avšak menej ako 190. Marienka premiestnila z prvej debny do dvoch ďalších debien jablká tak, že sa ich počet v každej z týchto dvoch debien oproti predošlému stavu zdvojnásobil. Obdobným spôsobom Marta premiestnila jablká z druhej debny do prvej a tretej. Nakoniec Štefka podľa rovnakých pravidiel premiestnila jablká z tretej debny do prvej a druhej. Keď prišiel na záhradu Vojto, začudoval sa, že v každej debne bol rovnaký počet jabĺk. Koľko jabĺk bolo v jednotlivých debnách pôvodne?

Úloha Z8–I–3. (*Eva Semerádová*) V trojuholníku ABC je bod S stredom vpísanej kružnice. Obsah štvoruholníka $ABCS$ je rovný štyrom pätinám obsahu trojuholníka ABC. Dĺžky strán trojuholníka ABC vyjadrené v centimetroch sú všetky celočíselné a obvod trojuholníka ABC je 15 cm. Určte dĺžky strán trojuholníka ABC. Nájdite všetky možnosti.

Úloha Z8–I–4. (*Karel Pazourek*) Jarka bola na brigáde s nemennou dennou mzdou. Za tri dni si zarobila toľko eur, že si kúpila stolovú hru a ešte jej 49 € zvýšilo. Keby strávila na brigáde päť dní, mohla by si kúpiť dve také stolové hry a ešte by jej zvýšilo 54 €. Koľko eur stála stolová hra?

Úloha Z8–I–5. (*Libuše Hozová*) Pán Strieborný usporiadal výstavu. Vystavoval 120 prsteňov, ktoré ležali na stoloch pozdĺž stien sály a tvorili tak jednu veľkú kružnicu. Prehliadka začínala pri vchodových dverách v označenom smere. Z toho každý tretí prsteň v rade bol zlatý, každý štvrtý prsteň bol starožitný a každý desiaty prsteň mal diamant. Prsteň, ktorý nemal žiadnu z týchto troch vlastností, bol falzifikát. Koľko bolo na výstave zlatých prsteňov, ktoré boli starožitné a zároveň mali diamant? Koľko vystavil pán Strieborný falzifikátov?

Úloha Z8–I–6. (*Libuše Hozová*) Body A, B, C, D a E sú vrcholmi nepravidelnej päťcípej hviezdy (pozri obrázok 4). Určte súčet vyznačených uhlov.



Obrázok 4

Poznámka: obrázok je iba ilustračný.

Kategória Z9

Úloha Z9–I–1. (*Michaela Petrová*) Slávka si napísala farebnými fixkami štyri rôzne prirodzené čísla: červené, modré, zelené a žlté. Keď červené číslo vydelí modrým, dostane ako neúplný podiel zelené číslo a žlté predstavuje zvyšok po tomto delení. Keď vydelí modré číslo zeleným, vyjde jej delenie bezo zvyšku a podielom je číslo žlté. Slávka prezradila, že dve z jej štyroch čísel sú 97 a 101. Určte ostatné Slávkine čísla a priraďte jednotlivým číslam farby. Nájdite všetky možnosti.

Úloha Z9–I–2. (*Karel Pazourek*) Nájdite všetky dvojice nezáporných celých čísel x a jednociferných prirodzených čísel y, pre ktoré platí

$$\frac{x}{y} + 1 = x,\overline{y}.$$

Zápis na pravej strane rovnosti označuje periodické číslo.

Úloha Z9–I–3. (*Eva Semerádová*) V rovnostrannom trojuholníku ABC je bod T jeho ťažiskom, bod R je obrazom bodu T v osovej súmernosti podľa priamky AB a bod N je obrazom bodu T v osovej súmernosti podľa priamky BC. Určte pomer obsahov trojuholníkov ABC a TRN.

Úloha Z9–I–4. (*Libuše Hozová*) Na stene boli napísané dve rovnaké päťciferné čísla. Pat pred jedno z týchto čísel pripísal jednotku, Mat pripísal jednotku za to druhé. Tým dostali dve šesťciferné čísla, z ktorých jedno bolo trikrát väčšie ako druhé. Ktoré päťciferné čísla boli pôvodne napísané na stene?

Úloha Z9–I–5. (*Libuše Hozová*) Na ihrisku sú nakreslené tri rovnako veľké kruhy, z ktorých žiadne dva nie sú totožné. Rozmiestnite 16 dievčat tak, aby v každom kruhu stálo 9 dievčat. Nájdite aspoň osem podstatne odlišných rozmiestnení, t. j. takých rozmiestnení, pri ktorých sa nerozlišujú dievčatá ani kruhy. (Zámena jednotlivých dievčat, príp. celých kruhov s dievčatami dáva rozmiestnenie, ktoré nie je podstatne odlišné od pôvodného.)

Úloha Z9–I–6. (*Marie Krejčová, František Steinhauser*) Jozef a Mária objavili na dovolenke pravidelný ihlan, ktorého podstavou bol štvorec so stranou 230 m a ktorého výška bola rovná polomeru kruhu s rovnakým obvodom ako podstavný štvorec. Mária označila vrcholy štvorca $ABCD$. Jozef vyznačil na priamke spájajúcej bod B s vrcholom ihlana taký bod E, že dĺžka lomenej čiary AEC bola najkratšia možná. Určte dĺžku lomenej čiary AEC zaokrúhlenú na celé centimetre.

Za úlohovú komisiu Matematickej olympiády spracoval Peter Novotný
e-mail: peter.novotny@fri.uniza.sk

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

VZDELÁVANIE VO FYZIKE

Rozvoj fyzikálnych zručnosti študentov na vysokých školách (Development of practical skills in physics of university students)

Zuzana Gibová

Abstract: The experience with the development of practical skills in physics of students at the Faculty of Electrical Engineering and Informatics, Technical University of Košice, at which the author has been working for 20 years, is presented in the paper. The paper gives suggetions how to work with students on physics problems solving to make teaching process more effective.

Key words: skills in physics, physics problem solving, teaching methods, motivation

Súhrn: Autorka v článku prezentuje svoje skúsenosti s rozvojom fyzikálnych zručnosti na Fakulte elektrotechniky a informatiky TU v Košiciach, na ktorej pôsobí 20 rokov. V článku uvádza príklady ako pracovať so študentmi na numerických cvičeniach z fyziky, aby výučba bola viac efektívna.

Kľúčové slová: fyzikálne zručnosti, numerické cvičenia, forma výučby, motivácia

MESC: M50

Od absolventov vysokých škôl technického zamerania sa očakáva, že budú pripravení na prax. Mali by vedieť logicky a kriticky myslieť, samostatne riešiť problémy a vedieť vyhodnotiť a spracovať informácie. Rozvoj týchto zručností umožňujú príprodovedné predmety ako je matematika a fyzika. V súčasnosti je výučba fyziky na vysokých školách omnoho náročnejšia ako to bolo pred 15 - 20 rokmi. Je to spôsobené viacerými faktormi.

Študenti

- majú svoj vzťah k fyzike ovplyvnený nesprávnou predstavou o potrebe fyziky v ich ďalšom štúdiu (myslia si, že ju nepotrebujú) alebo k nej pristupujú s rešpektom a s obavami (fyzika je pokladaná za náročný predmet),
- majú nedostatočné vedomosti a zručnosti z matematiky a z fyziky z predošlého vzdelávania,
- majú zlé študijné návyky,
- nevedia vhodne organizovať svoje štúdium [1], [2].

Ovplyvňuje to aj prevládajúca forma vzdelávania na vysokých školách, ktorá je založená predovšetkým na odovzdávaní veľkého množstva informácií prezenčnou formou. Táto forma výučby nie je sama o sebe zlá, ale má svoje negatíva [3]. Pri tejto forme sa neberú do úvahy individuálne potreby študentov, chýba okamžitá spätná väzba a odovzdávanie poznatkov môže byť často monotónne a únavné, zvlášť pre prvákov, ktorí nie sú zo strednej školy zvyknutí na 1,5 hodinové prednášky a cvičenia. Na mnohých vysokých školách technického zamerania sa nerobia prijímacie skúšky, preto prijatí študenti majú odlišné vedomosti a zručnosti z fyziky, skupiny študentov, s ktorými pracujeme, sú veľmi rôznorodé [4], [5]. Navyše študentom chýba vnútorná motivácia.

Pre zvýšenie efektívnosti výučby fyziky v malých skupinách (cvičenia, vybrané prednášky, atď.) je potrebné meniť spôsob výučby. Vyučujúci by mal prejsť od odovzdávania poznatkov k individuálnej práci so všetkými skupinami študentov (nadaní až slabí študenti) a sústrediť sa na rozvoj vnútornej motivácie študentov a rozvoj ich logického myslenia. Táto zmena kladie na učiteľa tieto požadavky

- dôslednosť pri príprave na výučbu,
- schopnosť identifikovať nadaných a slabých študentov,
- mať profesijne korektný a osobne korektný prístup k študentom,
- vedieť používať rôzne formy výučby,
- vedieť pracovať individuálne so študentmi,
- mať empatiu a zanietenosť.

Príprava na výučbu

Príprava vyučujúceho na výučbu spočíva vo vytvorení štruktúry cvičenia, čo znamená – zosumarizovať teóriu, ktorá sa na začiatku cvičenia zopakuje, vybrať úlohy, ktoré sa budú riešiť, navrhnúť otázky, ktoré bude klásť študentom počas výučby, odmerať dobu trvania jednotlivých činnosti, vybrať úlohy na domáce riešenie a aj pre nadaných študentov a naplánovať spôsob zápisu informácií na tabuľu.

Mnohí študenti nenavštevujú prednášky z fyziky alebo ak na ne chodia, nevedia sa v množstve informácii orientovať. Preto je vhodné na začiatku numerických cvičení stručne zopakovať potrebnú teóriu, ktorá sa bude používať na cvičení. V tejto fáze výučby urobíme, na základe určitých podmienok, klasifikáciu vzorcov, ktorá má študentom pomôcť pri voľbe správneho vzorca pri riešení úlohy.

Napríklad vysvetlíme, že definičný vyorec (1) pre prácu použijeme, ak na teleso pohybujúce sa po trajektórii C pôsobí sila F, ktorá pri prechode trajektórie C vykoná prácu (mení sa jej smer aj veľkosť):

$$W = \int_C \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{1}$$

Ak na teleso pôsobí sila $\boldsymbol{F}$, ktorej smer sa pozdĺž trajektórie C nemení, ale sa mení len jej veľkosť F použijeme vzťah (2)

$$W = \int_0^s F_\mathrm{t} \mathrm{d}s, \tag{2}$$

kde s celková prejdená dráha, ds je elementárna dráha a kde $F_\mathrm{t} = F\cos\alpha$ je zložka sily pôsobiaca v smere elementárneho posunutia d$\boldsymbol{r}$ (v smere tangenty k trajektórii C). Ak na teleso pôsobí konštantná sila (nemení svoj smer a ani svoju veľkosť) použijeme vzťah

$$W = F_\mathrm{t} s. \tag{3}$$

Identifikácia študentov

Pri tradičnom spôsobe výučby na numerických cvičeniach, ktorý kladie dôraz len na odovzdávanie poznatkov, vyučujúci nemá prehľad o vedomostiach a zručnostiach študentov. Aké zručnosti a vedomosti študent má, vyučujúci zistí, keď študent rieši úlohu pri tabuli alebo až po zápočtovej písomke, čo je už obvykle neskoro. Ak chceme byť efektívni, musíme so študentmi pracovať individuálne už od začiatku semestra. Preto je dôležité najprv identifikovať jednotlivé skupiny študentov (nadaní študenti, dobrí študenti, slabí študenti).

Môžeme to dosiahnuť komunikáciou so študentmi, ktorým kladieme otázky. Prostredníctvom otázok učíme študentov vybrať potrebné informácie zo zadania úlohy, zvoliť vhodné vzorce a postupy riešenia príkladov a nájsť riešenie v prípade, že zmeníme počiatočné podmienky.

Uvádzam niekoľko príkladov.

Príklad na vybratie informácií zo zadania: Teleso sa dáva do pohybu so zrýchlením $2\ \mathrm{m/s^2}$. Akú veľkú rýchlosť malo na konci dráhy dlhej 100 m? Otázky: Čo to znamená, že auto sa dáva do pohybu? Ako si to vysvetľujete? Aké budú veličiny popisujúce pohyb telesa v tomto okamihu? ($v_0 = 0\ \mathrm{m/s}$, $s_0 = 0\ \mathrm{m}$, $a_0 = a = 2\ \mathrm{m/s^2}$.)

Príklad na výber vzorca: Na teleso v začiatku súradnicovej sústavy pôsobí v smere posunutia pozdĺž osi x sila daná predpisom $F = kx^2$, kde $k = 0{,}5\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$ a x je vzdialenosť od začiatočnej polohy telesa. Akú prácu vykoná na dráhe 2 m, ak na začiatku bolo teleso v pokoji?

K správnemu výberu vzorca pre prácu (1) – (3) môžeme študentov naviesť otázkami: Čo vieme o sile, mení sa alebo je konštantná? (Sila sa mení.) Mení svoju veľkosť, mení svoj smer? (Sila mení svoju veľkosť, ale smer nie.) V závislosti od

čoho sa sila mení? (Mení sa so súradnicou x.) Na základe týchto otázok študenti zvolia pre výpočet práce vzťah (2).
Príklad na voľbu postupu riešenia: Chceme naviesť študentov, aby zistili, aký typ pohybu bude auto vykonávať v nasledujúcej úlohe.

Na auto hmotnosti 2000 kg pohybujúce sa rýchlosťou 40 km/hod, začne pôsobiť sila F = 25 N v smere pohybu. Akú dráhu prejde za 0,5 hodiny?

Otázky pre študentov: Aká sila pôsobí na auto? (Sila je konštantná, nemení svoj smer ani svoju veľkosť.) Aké zrýchlenie udelí sila autu na základe druhého Newtonovho zákona? (Sila mu udelí konštantné zrýchlenie.) Čo vieme povedať o pohybe auta, ako sa pohybuje? (Bude vykonávať rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb.)

Príklad na zmenu parametrov: Aký by mal byť zápis sily pôsobiacej na teleso, aby sa teleso pohybovalo s meniacim sa zrýchlením? (Sila by sa mala meniť v čase, napríklad priamo úmerne s časom: $F \sim t,$ konkrétnejšie $F = kt,$ kde napr. k = 5 N/s).

Aké veľké by mali byť sily, ktoré pôsobia na výťah (tiaž a sila motora výťahu) počas jeho pohybu, aby sa výťah pohyboval s konštantnou rýchlosťou? (Sily by mali byť rovnako veľké. Výsledná sila, ktorá je daná ich vektorovým súčtom je nulová, výťah má nulové zrýchlenie.)

Riešenie celej úlohy (vrátane obrázku a zápisu) je vhodné umiestiť na celú plochu tabule, čo v závere riešenia úlohy umožní urobiť krátke zopakovanie postupu riešenia (prečo sme použili dané vzorce, spomenieme podmienky riešenia, z ktorých sa vychádzalo, inou farbou zdôrazníme nové vzťahy a konštanty). Toto zopakovanie má veľký význam pre študentov, ktorí pomalšie rozmýšľajú alebo ktorí nevidia hneď súvislosti, prípadne len opisujú z tabule. Okrem toho študentom poskytneme krátky čas na oddych.

Pri kladení otázok je dôležité zvoliť vhodný postup, ktorý vyvolá adekvátnu aktivitu, a pri ktorom sa študenti naučia, že odpoveď nemusí byť správna, ale musia svoj názor odargumentovať. Preto je dobré kombinovať vyššie navrhnuté príklady kladenia otázok aj s nasledujúcim postupom. Položíme otázku a navrhneme rozumne vyzerajúce možnosti, ktoré sa vzájomne nevylučujú. Následne dáme „hlasovať“, ktorú z možností by študenti vybrali.

Ďalší krok je, že postupne vyvoláme nejakého študenta z jednotlivých skupín, ktoré sa vytvorili pri „hlasovaní“, a necháme vysvetliť, prečo sa študent rozhodol ako rozhodol. V tomto okamihu príde najdôležitejšia úloha učiteľa, musí v argumentácii nájsť správny prvok, alebo ten, ktorý je najbližší k správnemu argumentu a ten vyzdvihnúť, že „toto bolo vystihnuté správne“. Potom prejde k študentom ďalšej skupiny, a postup zopakuje. Pritom sa väčšinou objasní, v čom sa predchádzajúca skupina mýlila. Postup pokračuje do vyčerpania všetkých možností, ktoré sa ponúkli.

Učiteľ na takýto spôsob výučby musí byť dobre pripravený, časom sa aj on naučí, že čo funguje dobre a čo menej. Musí nájsť aj svoj súbor reakcií na odpovede, ktoré nie sú odpoveďou („Neviem, tak som hlasoval za toto." Ani v tomto prípade neprestaneme so študentom komunikovať, vedieme ho k tomu, aby popísal vlastnými slovami situáciu, o ktorej sa rozprávame, čo vo väčšine prípadov vedie k tomu, že pochopí, čoho sa otázka týka. Vtedy nastane jedna z troch reakcií: a) zrazu povie argument, b) zmení svoj názor a prejde do inej skupiny, c) stále váha – v tomto okamihu ho môžeme nechať, aby nad tým rozmýšľal. Učiteľ sa musí pripraviť aj na odpovede typu univerzálne pravdy („Všetko so všetkým súvisí." – tento prípad je v podstate rovnocenný s predchádzajúcim príkladom a je možné postupovať rovnako). Postupom času sa študenti odvážia pýtať sa aj bez vyzvania, ak nie na hodine, tak po hodine. Naučia sa dávať aj pozor.

Ďalšou možnosťou ako zistiť, aké zručnosti a vedomostí majú študenti v skupine, je samostatná práca študentov. Vyučujúci vyberie podobnú úlohu ako bola riešená na cvičení, ktorú majú študenti vypočítať za istý časový interval (napr. 5 minút). Počas riešenia sa prechádza po učebni a pozoruje prácu študentov. Týmto spôsobom zistí, aké problémy majú študenti pri riešení (napr. ťažkosti s výberom vhodného vzorca na výpočet, problémy s matematickými úpravami, problémy s premenou jednotiek, ťažkosti začať riešiť úlohu a pod.). Po stanovenom čase vyvolá k tabuli študenta, ktorý úlohu vedel vypočítať, aby riešenie napísal na tabuľu. Vyvolaný študent môže aj vysvetliť riešenie úlohy, prípadne ho vyučujúci doplní alebo vysvetlí sám. Nakoniec zistí úspešnosť riešenia úlohy. Vyzve študentov, aby sa prihlásili, najprv tí, ktorí vyriešili celú úlohu správne. Potom sa hlásia študenti, ktorí to zvládli na polovicu a nakoniec tí, ktorí ho vôbec nevedeli vyriešiť. Získaná spätná väzba slúži k identifikácií študentov a na zhodnotenie pochopenia učiva študentmi.

Ak dôsledne pracujeme so študentmi na cvičení (komunikácia, samostatná práca) po 3 – 4 týždňoch vieme, akých študentov v skupine máme, poznáme ich zručnosti a môžeme s nimi ďalej individuálne pracovať.

Individuálna práca so študentmi

Práca s nadanými študentmi je radostná, ale náročná – náročná iným spôsobom, než v prípade slabších študentov. Títo študenti majú vnútornú motiváciu, sú zdravo zvedaví. Cvičenie vedené prostredníctvom otázok a samostatnej práce rozvíja tieto ich potreby. Navyše vytvára priestor aj na kladenie otázok zo strany študentov, čo je prospešné aj pre vyučujúceho, dobré otázky študentov môže použiť ďalej vo výučbe. Nadaní študenti radi riešia úlohy sami [6]. Často potrebujú len prvotnú myšlienku alebo vzorce k riešeniu. Nepotrebujú sledovať riešenie na tabuli, stačí im konečná kontrola výsledku, prípadne priebežná kontrola ich postupu riešenia.

Úlohu vyriešia skôr ako trvá jeho riešenie pri tabuli, preto je vhodné mať pre týchto študentov pripravené úlohy navyše, ktoré môžu medzitým riešiť.

Pri práci so slabými študentmi musí byť vyučujúci empatický a veľmi trpezlivý, nemal by mať voči týmto študentom predsudky a hneď ich odsúdiť. Pri slabých študentoch je dôležité rozvíjať ich sebadôveru, pretože si často nedôverujú v dôsledku nedostatočných alebo slabých vedomostí z fyziky. Títo študenti väčšinou sedia v posledných laviciach, ich pohľad je ustráchaný a zo začiatku neodpovedajú na otázky a boja sa opýtať, keď niečomu nerozumejú. Ich sebadôveru vyučujúci rozvíja svojím prístupom. Napríklad už na prvom cvičení povie, že si o nikom nemyslí, že fyziku nezvládne. Motivuje študentov, aby sa nebáli opýtať na čokoľvek, čo im bude nezrozumiteľné. Povie, že sa bude snažiť vysvetľovať učivo tak, aby ho pochopili.

Priestor na individuálnu prácu so slabými študentmi je pri samostatnej práci, kde im vyučujúci pomôže s problémami, ktoré majú pri riešení úlohy. V osobnom kontakte sa študenti osmelia povedať, čo im nie je jasné pri riešení úlohy, pretože to nepočuje celý kolektív. Týchto študentov treba pochváliť aj pri maličkom náznaku zlepšenia, či už pri samostatnej práci, alebo ak odpovedia správne na naše otázky. Cielene ich môžeme vyvolať k tabuli riešiť ľahkú úlohu, pretože ak ho zvládnu vypočítať sami, dokážu sebe aj spolužiakom, že na to majú [7]. Ak by im to pri tabuli predsa nešlo, treba im pomôcť bez negatívnych poznámok. Znakom, že snaha vyučujúceho prináša ovocie je, že študenti si presadnú bližšie k tabuli, ich pohľad bude menej ustráchaný, odvážia sa odpovedať na vaše otázky, budú robiť menej chýb pri počítaní zadanej úlohy.

Niektorí slabí študenti môže mať aj naďalej problémy, preto je potrebné sa s nimi individuálne porozprávať po cvičení. Vyučujúci by mal zistiť, ako sa pripravujú na cvičenia a na zápočtové písomky, a poradiť im ako sa majú učiť. Ak tieto problémy riešime v strede semestra po zápočtovej písomke, je možné dať študentom riešiť pár úloh z domácej úlohy, ktoré budú pravidelne odovzdávať na ďalšom cvičení, pričom za ne môžu získať bonusové body. Aby sa predišlo opisovaniu riešenia úloh od spolužiakov, treba študentom vysvetliť, čo touto aktivitou sledujeme. Vyučujúci by im mal vysvetliť, že mu nejde o to, aby doniesli všetky zadané úlohy vypočítané. Dôležité je, aby sa študenti sami pokúsili riešiť dané úlohy, a tie aj doniesli na ďalšie cvičenie, prípadne vypočítané na polovicu alebo s náznakom riešenia. Na konci ďalšieho cvičenia vyučujúci riešenie úloh skontroluje so študentmi, poradí im, ako mali postupovať v prípade nedokončenej alebo nevyriešenej úlohy a ocení ich snahu.

Treba spomenúť, že existujú študenti, s ktorými si neporadíme, pretože sa sami dopredu vzdali a nechcú sa namáhať. Väčšinou po určitom čase prestanú chodiť na cvičenia alebo nezískajú zápočet.

Na cvičeniach je dôležité uvádzať príklady z praxe, zaujímavosti zo života, v riešených úlohách poukázať na aplikáciu na prax (napr. V dôsledku čoho vzniká preťaženie, a ako si naň môže človek zvyknúť? Ako by ste určili hmotnosť vzduchu v miestnosti, v ktorej sa nachádzame? Akou veľkou gravitačnou silou pôsobí na vás váš sused v lavici? Ako funguje tempomat?). Je to vhodný spôsob rozvíjania motivácie a záujmu všetkých študentov o fyziku.

Ďalšie možnosti práce na cvičení

Samostatná práca študentov môže prebiehať aj formou súťaže. Platia tie isté podmienky ako už bolo spomenuté vyššie, pričom prví traja študenti za správne vypočítaný príklad v stanovenom čase, môžu získať bonusové body k zápočtu.

Ďalšia alternatíva je skupinová práca, kde vytvoríme zmiešané skupiny, v ktorých budú nadaní, dobrí a slabí študenti. Každá skupina bude riešiť jednu úlohu, pričom k dispozícii budú mať potrebnú teóriu (buď urobený prehľad v úvode cvičenia alebo zošit z prednášok, budú môcť používať internet alebo im poskytneme literatúru). Na vypočítanie úlohy stanovíme určitý čas (napr. 15 minút). Okrem toho, všetci študenti v skupine by mali vedieť vysvetliť a riešiť úlohu na tabuli. Počas riešenia úloh je vyučujúci vo funkcii poradcu. Po stanovenom čase vyvolá niekoho zo skupiny, aby úlohu vyriešil a vysvetlil, môže to byť práve najslabší študent. Pri tejto forme výučby rozvíjame spoluprácu medzi študentmi a vzájomné učenie, tým napĺňame potreby nadaných študentov realizovať sa, a súčasne motivujeme slabých študentov.

Na zvýšenie motivácie ponúkneme študentom v rámci domácej úlohy jednu úlohu, ktorú hodláme riešiť na ďalšom cvičení. Za jej správne riešenie a vysvetlenie na cvičení môžu študenti získať bonusové body.

Pri riešení niektorých úloh sa dajú použiť aj aplety, odporúčam k nim vytvoriť pracovný list (pozri [8]). Pri ich použití ukážeme riešenie úlohy pomocou apletu, ale súčasne ukážeme aj riešenie pomocou fyzikálnej teórie. Výhodou použitia apletov vo výučbe je možnosť meniť hodnoty daných fyzikálnych veličín, čo umožuje skúmať danú úlohu za rôznych podmienok.

Ďalšou inšpiráciou ako rozvíjať diskusiu na cvičení pomocou otázok je použiť konštruktivistický prístup (viac [9]).

Záver

V článku spomínané možnosti práce so študentmi na cvičení kladú na učiteľa nároky na prípravu a na samotný priebeh výučby. Takýto spôsob vedenia cvičenia je pre vyučujúceho náročný a únavný. Napriek tomu, by mali vyučujúci skúsiť tento spôsob výučby. Niekedy stačí jedna pochvala v pravý čas, ktorá tak namotivuje študenta, že na konci semestra nebude mať problém získať zápočet aj napriek tomu, že na začiatku semestra patril medzi slabých študentov.

L i t e r a t ú r a – R e f e r e n c e s

[1] Greet Langie a kol. Key skills of incoming STEM – students. In: Proceedings of the 9th International Coference Physics Teaching in Engineering Education (PTEE) 2017. University of Žilina, Slovakia, 2017, p. 14-22. ISBN 978-80-554-1322-8

[2] Peter Hockicko: Readiness of first-year engineering students at the University of Žilina for STEM education. In: 22th Conference of Slovak physicists. Proceedings. Technical University, Košice, Slovak Physical Society. 2016, p-8-10. ISBN 978-80-89855-01-8

[3] Ivan Turek a kol., Manažérstvo kvality výučby na vysokých školách, Košice: Technická univerzita, ISBN 978-80-553-1171-5.

[4] Katarína Vančíková. Prijímanie VŠ študentov. https://analyza.todarozum.sk/docs/432869001ao1a/

[5] Katarína Vančíková. Pripravenosť absolventov stredných škôl na VŠ. https://analyza.todarozum.sk/docs/432871001mr1a/

[6] Jaroslava Koníčková. Čo robia úspešní študenti inak?. https://eduworld.sk/cd/jaroslava-konickova/4951/co-robia-uspesni-studenti-inak

[7] Geoffrey Petty, Moderní vyučovaní, Portál, 1996, ISBN 80-7178-070-7

[8] Zuzana Gibová. Návrh pracovného listu k apletu na zákony zachovania energie. Matematika, fyzika, informatika: časopis pro výuku na základních a středních školách. Roč. 27, č. 5 (2018), s. 365-372, 2018. http://mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/429

[9] Eva Hejnová. Realizace konstruktivistického přístupu ve výuce fyziky prostřednictvím úloh zadaných formou diskuze. Matematika, fyzika, informatika: časopis pro výuku na základních a středních školách. Roč. 25, č. 2 (2016), s. 102-115, 2016. http://mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/258

Adresa autora: Zuzana Gibová, Katedra fyziky, Fakulta elektortechniky a informatiky, Technická Univerzita v Košiciach, Park Komenského 2, 420 00 Košice,
e-mail: zuzana.gibova@tuke.sk.

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

Texty úloh 1. kola 62. ročníka Fyzikálnej olympiády (šk. r. 2020-2021) kategórie E, F, G

Kategória E

1. Cykloturistika

Medzi moderné formy relaxu i športu patrí cykloturistika.

Skupina žiakov základnej školy so svojim učiteľom fyziky sa rozhodli prejsť na obyčajných bicykloch trasu z miesta štartu A do cieľa B. Učiteľ im však pripravil prekvapenie, plánuje odmeniť úspešných žiakov malým občerstvením v bufete v cieli cyklotrasy i známkou z fyziky.

a) Najskôr im zadal jednoduchú otázku: uviesť a vysvetliť, ktorá jednotka rýchlosti je väčšia $v_1 = 1\ \mathrm{km/h}$ alebo $v_2 = 1\ \mathrm{m/s}$? Uveď tvoju odpoveď.

b) Trasu rozdelil na dve časti. Prvá s dĺžkou $s_1 = 5{,}0\ \mathrm{km}$, po ktorej mali prejsť rovnomerne rýchlosťou $v_1 = 20\ \mathrm{km/h}$, a druhú s dĺžkou $s_2 = 10\ \mathrm{km}$, ktorú mali absolvovať rovnomerne rýchlosťou $v_2 = 10\ \mathrm{km/h}$. Aká bola priemerná rýchlosť v_{p1} pohybu cyklistov medzi štartom a cieľom, keď celú trasu prešli bez prerušenia?

c) Pri ceste naspäť zmenili taktiku jazdy. Prvú polovicu trate išli rýchlosťou v_1, druhú polovicu rýchlosťou v_2. Urči priemernú rýchlosť v_{p2} jazdy v tomto prípade.

2. Výskumná loď a hlbiny mora

V laboratóriu testovali oceľový drôt s plochou prierezu $S_0 = 1{,}0\ \mathrm{mm}^2$. Zistili, že drôt sa roztrhne, ak ho zaťažia v gravitačnom poli závažím s hmotnosťou $m_0 = 40{,}0\ \mathrm{kg}$. Drôt tohto typu výskumná loď plánovala použiť na vyzdvihnutie meteoru z hlbín mora.

a) Do akej hĺbky h_1 mohli spustiť oceľový drôt bez záťaže, aby sa nepretrhol? Bod závesu bol tesne nad hladinou mora. V ktorom mieste je drôt najviac namáhaný a hrozí teda jeho pretrhnutie?

Výskumníci sa rozhodli použiť oceľové lano s $N = 100$ drôtov.

b) Do akej maximálnej hĺbky h_2 mohli spustiť toto oceľové lano, než sa roztrhlo vlastnou váhou? Odpoveď zdôvodni.

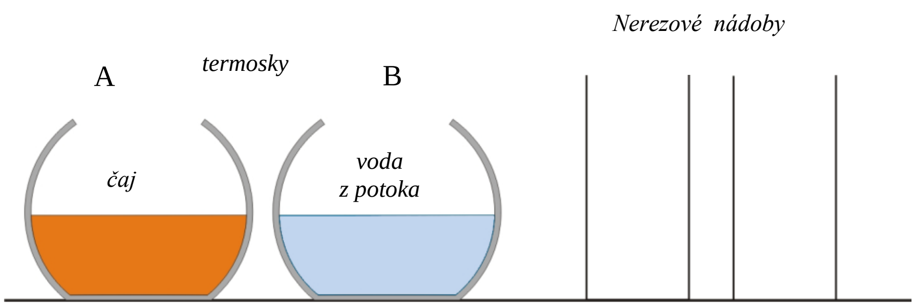
Hmotnosť meteoru odhadli na $M = 4{,}0\ \mathrm{t}$. Ležal v hĺbke $h = 250\ \mathrm{m}$, a predbežné rozbory ukázali, že meteor je z čistého irídia, ktoré na povrchu Zeme pochádza z meteorov.

c) Je možné pomocou daného oceľového lana meteor vyzdvihnúť na hladinu mora? Odpoveď zdôvodni výpočtom.

Hustota morskej vody $\rho_\mathrm{v} = 1\,030\ \mathrm{kg/m^3}$, hustota ocele $\rho_\mathrm{o} = 7\,500\ \mathrm{kg/m^3}$, hustota irídia $\rho_\mathrm{Ir} = 22{,}420\ \mathrm{g/cm^3}$, gravitačná konštanta $g = 10\ \mathrm{N/m}$. Predpokladaj, že prierez drôtu, či lana sa pri naťahovaní nemení.

3. Chladenie čaju

Janka bola u babičky a v termoske na stole bol horúci čaj s objemom $V = 1{,}00\ \mathrm{l}$ s teplotou $t_1 = 90{,}0\ °\mathrm{C}$. V druhej, rovnakej termoske, bolo rovnaké množstvo studenej vody s teplotou $t_0 = 10{,}0\ °\mathrm{C}$, ktorú Janka priniesla z horského potoka. Mala na stole ešte dve rovnaké tenkostenné nerezové valcové nádoby s objemom V, obr. E–1. Valcové nádoby bolo možné ponoriť do termosky. Janka najskôr studenú vodu naliala do kovovej nádoby, ktorá dobre vedie teplo, a vložila ju cez otvor do termosky A s čajom, aby čaj ochladila.



Obr.: E–1

a) Urči, na akej hodnote t_2 sa ustálila teplota čaju.

Janka ďalej uvažovala nad problémom, či by bolo možné chladenie čaju s daným množstvom vody z potoka urobiť tak, aby výsledná teplota čaju bola nižšia, než výsledná teplota vody z potoka. Výslednú teplotu vody z potoka by určila po opätovnom naliatí vody do termosky B.

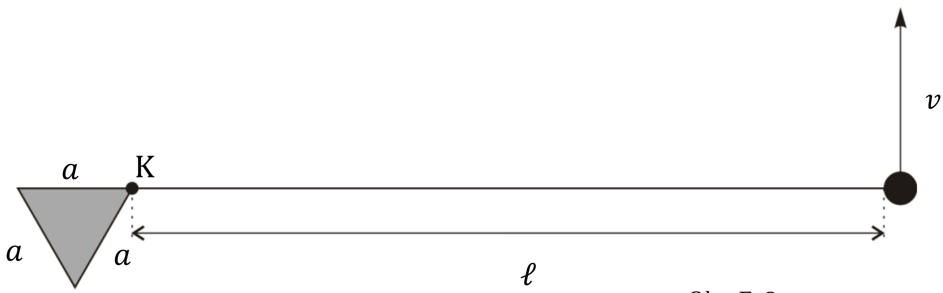
b) K chladeniu v opísanom prípade je možné použiť aj obidve nerezové nádoby a donesené množstvo vody z potoka. Navrhni postup, aby sa v procese chladenia čaju dosiahol výsledok , že výsledná teplota čaju bude nižšia, než výsledná teplota vody z potoka. Odpoveď vysvetli.

c) Urči výslednú teplota t_{v1} čaju a výslednú teplota t_{v0} vody v termoske, ak budeš v chladení postupovať podľa návodu b).

Pozn.: merná tepelná kapacita vody a čaju je rovnaká. Tepelná kapacita termosiek aj nerezových nádob je veľmi malá, tepelné straty do okolia neuvažuj. Ďalšie potrebné údaje nájdi vo vhodných zdrojoch.

4. Kĺzanie puku po ľade

Puk na ľade je pripevnený k stĺpu v bode K pomocou pevného, tenkého, nepružného vlákna s dĺžkou $\ell = 6{,}000$ m, obr. E–2. Stĺp je zamrznutý v ľade, a jeho prierez je rovnostranný trojuholník s dĺžkou strany $a = 75{,}0$ cm. Puk sa kĺže po ľade bez trenia a v čase $t = 0$ s má rýchlosť $v = 1{,}000$ m/s. Obr. E–2 znázorňuje pohľad zhora, vo vodorovnej rovine v čase $t_0 = 0$ s. Puk sa pohybuje vždy kolmo na vlákno, pri jeho pohybe sa vlákno namotáva na stĺp.



Obr. E–2

a) Prekresli obrázok E–2 do tvojho riešenia a vyznač v ňom vo vodorovnej rovine sily pôsobiace na puk. Ilustračne nakresli trajektóriu posledných dvoch otočiek puku okolo stĺpa (so správnou polohou puku, keď vlákno je úplne namotané na stĺp).

b) Rozhodni, či sily, ktoré pôsobia na puk konajú prácu – odpoveď vysvetli.

c) Za aký čas t_1 od odpálenia puku narazí puk do stĺpa?

Puk má priemer $d = 76$ mm, vlákno je prichytené o okraj puku. Puk sa pohybuje po ľade bez trenia a odpor vzduchu je zanedbateľne malý.

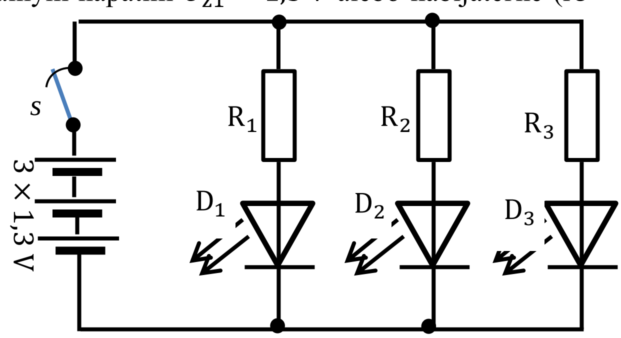
5. Úsporné svietidlo (LED čip)

V ostatných rokoch na celom svete sa používajú svetelné zdroje na princípe LED diód (Light Emitting Diode, v preklade svetlo emitujúce diódy). História LED začala roku 1962, kedy bola objavená prvá luminiscenčná dióda s červeným svetlom. Prevratný rozvoj svetelných zdrojov LED je však spojený s objavom modrej luminiscenčnej diódy trojicou japonských fyzikov Issamu Akasaki, Hiroši Amano, Šudži Nakamura, ktorým za tento objav r. 2014 bola udelená Nobelova cena za fyziku. Fyzikálna podstata vysokej svetelnej účinnosti LED (a objavu) je v tom, že diódy z nitridu gália, stručne GaN, zapojené v priepustnom smere pri napätiach 3,2 V–3,6 V vyžarujú modré svetlo s vysokou účinnosťou premeny elektrickej energie na svetlo (LED ~ 100 až 150 $\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{W}}$ *klasická vláknová žiarovka ~ 15* $\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{W}}$ *, lm lúmen je značka jednotky svetelného toku). Úlohy s témami LED boli zaradené do FO už v 56. a 57. ročníku FO r. 2014 – 2016.*

Obr. E - 3

LED vyžaruje teplé biele svetlo pri nominálnych hodnotách napätia a prúdu $U_0 = 3{,}4$ V, $I_0 = 17$ mA (fyzikálna teplota tohto svetla je približne 3 500 K, denného svetla 5 000 K, obr. E–3). Elektrický príkon diódy v tomto prípade je $P_0 \approx 60$ mW. Pri dobrej konverzii elektrického výkonu na svetlo svetelný tok z LED dosahuje hodnoty $k_0 \approx \frac{100\ \text{lúmen}}{\mathrm{W}} = \frac{100\ \mathrm{lm}}{\mathrm{W}}$. Pri malých požiadavkách na osvetlenie ako elektrické zdroje sa používajú tužkové batérie s označením AA jednorazové (alkalické) s nominálnym napätím $U_{z1} \approx 1{,}5$ V alebo nabíjateľné (rechargeable) metal hybridové Ni MH (alebo iné) s nominálnym napätím $U_{z2} \approx 1{,}3$ V. Rôzni výrobcovia udávajú počty nabíjacích cyklov rádovo 10^3 a ich elektrickú kapacitu (1700 až 3 200) mAh.

Na obr. E–4 je náčrtok (schéma) zapojenia čipu troch LED v svietidle.



Obr. E–4 Čip s tromi LED

LED majú nominálne hodnoty napätia a prúdu $U_0 = 3{,}4$ V, $I_0 = 17$ mA. Ako elektrický zdroj v svietidle sú tri nabíjateľné tužkové batérie, každá s nominálnym napätím $U_{0z} \approx 1{,}3\ V$ a využiteľnou nominálnou kapacitou $Q \approx 1\,900$ mAh.

a) Akú fyzikálnu funkciu v LED svietidle majú rezistory $\mathrm{R_1, R_2, R_3}$? Urči hodnoty odporu R rezistorov, aby diódy mali nominálne parametre.

b) Urči prúdy, ktoré prechádzajú jednotlivými LED. Aký prúd I_z prechádza zdrojom? Obvyklým spôsobom vyznač prúdy v náčrtku prekresleného do riešenia.

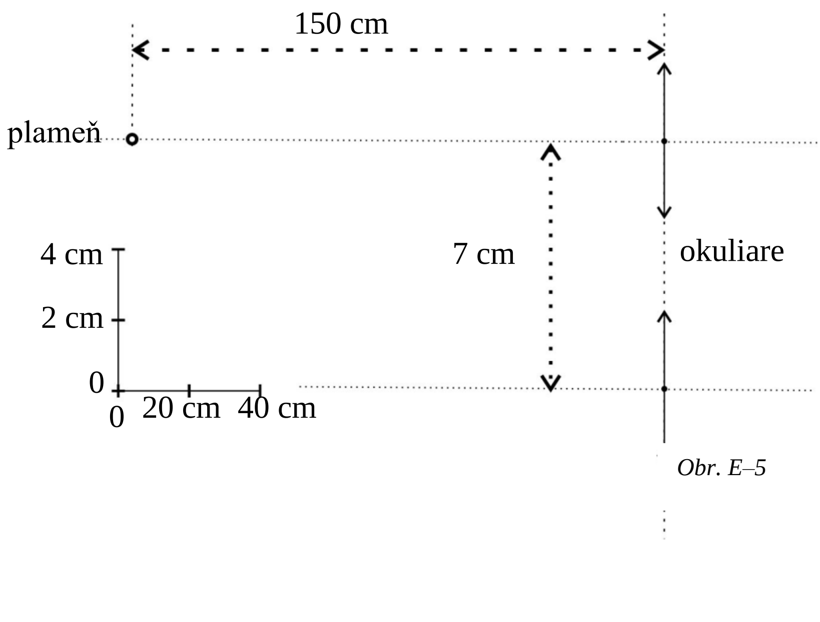
c) Aký bude približne svetelný tok zo svietidla pri zapnutom spínači?

d) Akú dobu t môžeme očakávať, že bude svietidlo funkčné (svietiť), pokiaľ spotrebuje celú využiteľnú nominálnu kapacitu použitých batérií?

Predpokladaj, že tužkové batérie majú vnútorný odpor veľmi malý.

6. Obraz plameňa kahančeka

Počas Vianoc horel na stole malý kahanček. Ocko položil svoje okuliare na stôl, neďaleko od kahančeka. Katka si všimla, že na stene sa vytvorili dva ostré obrazy plameňa kahančeka. Katka sa spýtala ocka, aké „silné“ sú jeho okuliare, a z jeho odpovede pochopila, že obidve sklíčka sú spojky a optická mohutnosť oboch šošoviek $\varphi = 2{,}00$ D (dioptrie). Po dôkladnejšom pozorovaní Katka konštatovala, že roviny sklíčok okuliarov ležia v jednej rovine rovnobežnej s rovinou steny, na ktorej sa vytvárajú obrazy plameňa. Stredy šošoviek okuliarov sú vo vzájomnej vzdialenosti $d = 7{,}0$ cm. Plameň kahančeka je pre ľavé oko v optickej osi sklíčka vo vzdialenosti $a = 1{,}50$ m od sklíčka., obr. E–5.



Obr. E–5

a) Načrtni obrázok znázorňujúci plameň, okuliare a stenu. Znázorni v obrázku popísané zobrazenie, napíš názvy a hodnoty daných veličín. Pomocou zobrazovacích lúčov zostroj obrazy plameňa a stručne popíš konštrukciu obrazov plameňa sviečky

Pozn.: V smere optických osí zvoľ mierku 1:20, kým v smere kolmej k optickým osiam mierku 1:2. Inými slovami, obrázok bude „zmrštený" tak, aby okuliare bolo možné dobre zobraziť (pozri obrázok vyššie).
Pre konštrukciu sú dôležité rovnobežky a priesečníky priamok – „zmrštenie" obrázka nemá vplyv na rovnobežnosť, ani na to, že dve priamky sa pretínajú v jednom bode. (Predstav si, že naťahuješ/zmršťuješ obrázok s hotovým riešením.)

b) V akej vzdialenosti a' od steny sú sklíčka okuliarov? V akej vzdialenosti sú od seba obrazy na stene vytvorené okuliarmi?

Katka začala opatrne posúvať kahanček na stole rovnobežne so stenou, na ktorej sa vytvorili obrazy.

c) Obraz vytvorený jedným sklíčkom sa pohyboval rovnomerne rýchlosťou $v_1 = 1{,}0\ \mathrm{cm/s}$. Akou rýchlosťou v_2 sa pohyboval druhý obraz? Odpoveď vysvetli.

7. Určenie hmotnosti kvapiek vody
V aplikáciách kvapalných liekov, ale aj pri príprave roztokov v rôznych technológiách, sa často používa jednotkové množstvo „kvapka" (hmotnosť kvapky, objem kvapky). Pri stálej teplote, napr. 20 °C, kvapka určitej kvapaliny, si zachováva stálu hmotnosť (teda i objem).
Pomôcky: Injekčná striekačka so stupnicou v ml (bez ihly) alebo plastová fľaška s vyznačeným objemom.

a) Navrhni postup, ako určíš hmotnosť m_0 a objem V_0 jednej kvapky čistej vody s teplotou t_0 (v jednotke °C), ak máš k dispozícii niektorú z uvedených pomôcok. Postup stručne opíš.

b) Použitím navrhnutého postupu urči hmotnosť m_0 jednej kvapky vody. Meranie opakuj viackrát a urči priemernú hodnotu m_0 hmotnosti kvapky vody.

Pomocou fyzikálnych meraní možno určiť, že ploche 1 m^2 povrchu vody (kvapaliny) pri istej teplote (napr. 20 °C) prislúcha energia približne $73 \times 10^{-3}\ \mathrm{J} = 73\ \mathrm{mJ} = 73 \times 10^{-3}\ \mathrm{N \cdot m}$. Táto veličina sa označuje gréckym písmenom σ (sigma) a nazýva sa „povrchové napätie" vody, $\sigma = 73 \times 10^{-3}\ \mathrm{N/m} = 73 \times 10^{-3}\ \mathrm{J/m^2} = 73\ \mathrm{mJ/m^2}$. Povrchové napätie rôznych kvapalín je rôzne, napr. etanolu $22 \times 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$, petroleja $27 \times 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$, ortuti $401 \times 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$.

c) Prečo má povrch (hladina) vody v nádobe iné fyzikálne vlastnosti ako vnútro objemu vody?
Pozn.: Uváž, aké je pôsobenie molekúl na povrchu telesa vody aké v jeho vnútri.

d) Ľahké vážky (živočíchy žijúce pri vodných plochách) alebo aj iné ľahké telesá (napr. ľahké mince), sa udržia na vodnej hladine a neponoria sa. Stručne vysvetli.

e) Aký je tvar kvapky vody v podmienkach Zeme a aký je v beztiažovom priestore, napr. vo vesmírnej stanici? Vysvetli.

f) Urči hmotnosť kvapky vody pri dvoch rôznych teplotách vody, napr. chladnej vody t_1 (~15 °C) a pri izbovej teplote t_2 (~20 °C) (m_{01}, m_{02}). Uveď, ako sa zmenila hmotnosť kvapky pri zmene teploty $t_2 - t_1$. Stručne vysvetli.

Pozn. k riešeniu: hmotnosť kvapky závisí aj od priemeru odkvapkovej rúrky, preto používaj pre všetky merania rovnaké kvapkadlo (injekčnú striekačku).

Kategória F

1. Cesta cez dediny

Z Nitry do Nových Zámkov vedie cesta, ktorej dĺžka $s = 38$ km. Cesta vedie aj cez obce, kde je najvyššia dovolená rýchlosť $v_1 = 50\ \mathrm{km/h}$. Mimo obce je najvyššia dovolená rýchlosť $v_2 = 90\ \mathrm{km/h}$. Pri predpisovej jazde osobného automobilu je možné cestu absolvovať najrýchlejšie za čas $t = 36$ min.

a) Urči dĺžku s_1 cesty, ktorá vedie obcami, a čas t_1 potrebný na prechod obcami.

b) Aký čas t_2 bude trvať jeho cesta, ak celú dobu musí ísť za konvojom nákladných automobilov, ktoré sa v obci pohybujú rýchlosťopu v_1 a mimo obce sa pohybujú predpisovo s najvyššou dovolenou rýchlosťou $v_3 = 80\ \mathrm{km/h}$?

c) O aký čas Δt by mohol maximálne skrátiť svoju cestu vodič, pokiaľ by riskantne predbehol celú kolónu mimo obce, a ďalej by sa pohyboval predpisovo, ale maximálnou rýchlosťou? Oplatí sa vodičovi riskovať?

2. Napínanie a pretrhnutie povrázku

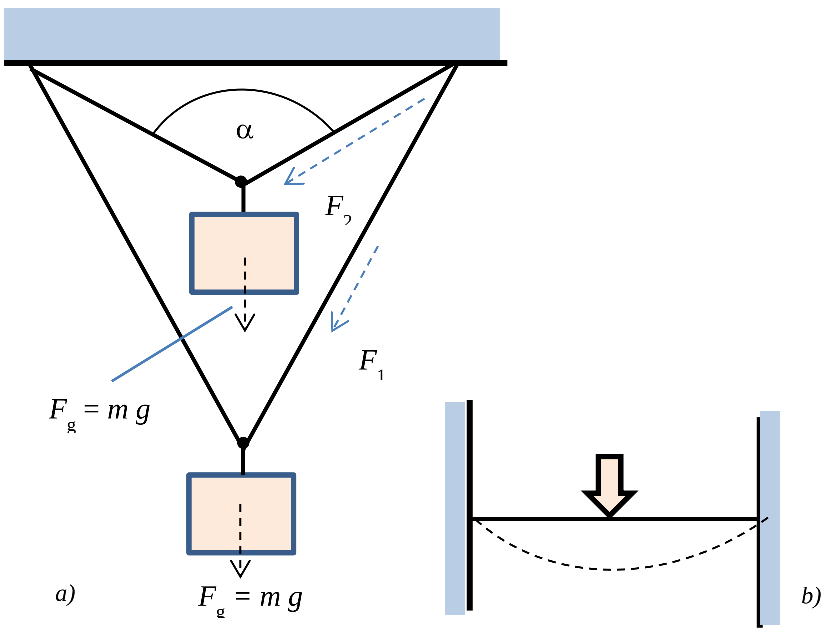
Teleso s hmotnosťou m je zavesené na bifilárnom závese (povrázok dvojitý v tvare V) s dvomi rozličnými dĺžkami, obr. F–1a).V prvom prípade je dĺžka závesu väčšia, v druhom podstatne menšia.

a) Prekresli oba rôzne prípady ako samostatné obrázky a znázorni v nich rozklad gravitačnej sily $\boldsymbol{F}_\mathrm{g}$ pôsobiacej na teleso na zložky pôsobiace v oboch ramenách závesu. Vyslov a zdôvodni výsledok tvojho riešenia, ako sa mení veľkosť sily napínajúcej vlákno s uhlom α bifilárneho závesu.

b) Uváž a graficky dokáž pri akom uhle α_0 je veľkosť ťahovej sily v ramenách závesu rovná veľkosti F_g gravitačnej sily.

c) Fyzikálny model riešenia úlohy možno aplikovať na metóde pretrhnutia povrázku, obr. F–1b). Ak máme pevný povrázok, ktorý nevieme pretrhnúť ťahom rukou, použijeme nasledovný postup. Povrázok priviažeme a napneme medzi dva pevné body, napr. medzi nohy alebo opierky kovovej stoličky. Potom švihneme hranou dlane približne do stredu povrázku. Ak vhodne zvolíme švih dlane a napínajúca sila prekročí medzu pevnosti povrázku, povrázok sa pretrhne. Urobte tento experiment.

Upozorňujeme však, že pokus je potrebné konať s najvyššou opatrnosťou a v prítomnosti učiteľa, aby ste si nespôsobili zranenie alebo niečo nezničili.



Obr. F–1

3. Varenie vajíčka na mäkko

Janko si chcel uvariť vajíčka na mäkko. Opýtal sa babičky, ako dlho sa v tomto prípade vajíčko varí. Babička mu poradila, že približne 3 minúty. Janko napustil do menšieho hrnca s objemom $V = 500$ ml vodu s teplotou $t_1 = 20{,}0$ °C. Hrniec prikryl pokrievkou a položil ho na plynový horák šporáku. Šporák dodával vode v hrnci za každú sekundu teplo $Q_s = 1{,}00$ kJ.

a) Za aký čas τ_1 dosiahla voda teplotu varu $t_2 = 100{,}0$ °C?

Janko vybral z chladničky 4 vajíčka, ktorých teplota bola $t_0 = 4{,}0$ °C. Každé vajíčko malo hmotnosť $m = 56$ g. Vajíčka vložil do vriacej vody.

b) Koľko tepla Q_2 odovzdala voda vajíčkam? Aká bola teplota t_3 vody a vajíčok po vložení vajíčok do vody? Predpokladaj, že teplota vody v hrnci a teplota vajíčok sa po vložení vajíčok okamžite vyrovnali.

c) Za aký čas τ_2 sa voda s vajíčkami znova dostala do varu?

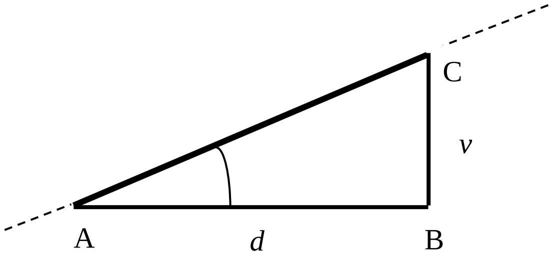
Hustota vody $\rho = 1{,}00\ \mathrm{g/cm^3}$, merná tepelná hmotnostná kapacita vody a vajíčka $c = 4{,}20\ \mathrm{kJ/(kg \cdot °C)}$. Predpokladaj, že pri zohrievaní vody a pri zohrievaní vody s vajíčkom sú tepelné straty do okolia zanedbateľne malé.

4. Stúpanie (klesanie) cesty, chodníka, svahu, naklonenej roviny

Na vyjadrenie sklonu naklonenej roviny je vhodný uhol α (vyjadrený v uhlových stupňoch), ktorý zviera naklonená rovina s vodorovnou rovinou. Tento možno určiť napr. pomocou uhlomera, v technickej praxi inklinometra, ale jednoducho pomocou strán pravouhlého trojuholníka, v ktorom jedna strana (prepona) symbolizuje samotnú naklonenú rovinu, obr. F–3. Pri určovaní sklonu dopravných tratí, napr. ciest, železníc, turistických chodníkov sa používa veličina s názvom stúpanie, značka s. Zaužívaná definícia stúpania s v cestnej a železničnej doprave je

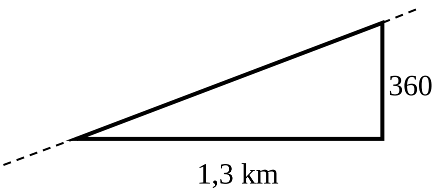
$$s = 100\,\frac{v}{d}\,\% \;=\; 100\,Z\,\% \qquad (1)$$

kde v je výškový rozdiel (výška) medzi dvoma bodmi A, B a d je vodorovná vzdialenosť bodov A, B, tzn. $d = |\overline{\mathrm{AB}}|$. Jednotkou stúpania s je jedno percento 1 %. Podiel v/d sme označili Z. Na komunikáciách vedľa trate sa povinne umiestňuje značka s vyznačením percenta stúpania, pokiaľ $s > 10$ %

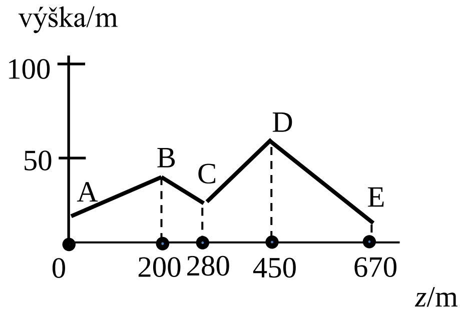


Obr. F–2

Obr. F–3



Obr. F–4



Obr. F–5

Pre stúpania $s > 12\ \%$ sa vedľa komunikácie umiestňuje značka podľa obr. F–3.

a) Vypočítaj stúpanie s (v jednotke %) komunikácie znázornenej na obr. F–4.

b) Horský vodca informoval, že rebrík povedľa vodopádu v rokline má stúpanie $100\ \%$. Nakresli ilustračný obrázok a urči uhol, ktorý zviera rebrík s vodorovnou rovinou.

c) Pozemná lanovka Horný Smokovec ($1\,010$ m n. m.) – Hrebienok ($1\,280$ m n. m.) má dĺžku trate $c \approx 2\,019$ m. Urči priemerné stúpanie s trate lanovky. Aká je priemerná rýchlosť vozňa na trati, ak doba jazdy vozňa lanovky medzi stanicami $t \approx 4{,}6$ min.

d) Na obr. F–5 je znázornený výškový profil turistického chodníka v lesoparku pohoria Magura. Nakresli graf $s \sim z$ závislosti stúpania – klesania s chodníka ako funkciu vzdialenosti z od začiatku 0 chodníka. Klesanie trate označ zápornou hodnotou veličiny s. Z grafu pomocou pravítka urči približné hodnoty výšky v a vzdialenosti z označených bodov A až E chodníka.

5. Digitálny mincier

Pred desiatkami rokov na váženie tovaru (napr. na tržniciach) sa používali pružinové váhy nazývané mincier. V súčasnosti sú populárne digitálne minciere, ktorých stupnica je digitálna (display), obrázok F–6. Vážené teleso sa uchytí na závesný háčik minciera (váh), z displeja sa určí hmotnosť telesa (príp. tiaž telesa).

Obr. F–6

a) Pán Kováč k preprave betónových dlaždíc v kufri osobného automobilu potreboval poznať hmotnosť m_0 jednej z dlaždíc, ktoré mali tvar hranola s rozmermi $a = 40$ cm, $b = 10$ cm, $c = 6{,}0$ cm. K váženiu mal k dispozícii digitálny mincier s rozsahom $m_\mathrm{R} = 3{,}0$ kg. Hmotnosť dlaždice evidentne presahovala hodnotu 3,0 kg. Možné riešenie navrhol šikovný syn pána Kováča, žiak ZŠ. Nazval ho metódou váženia v kvapaline so známou hustotou. Otec so synom mali k dispozícii väčšiu nádobu (kalfaz, maltovník) na maltu. Naplnili ju čiastočne vodou, dlaždicu zavesili pomocou ľahkého povrazu na mincier a celú ju ponorili pod hladinu vody . Tiaž dlaždice bola v tomto prípade v rozsahu minciera, digitálna hodnota hmotnosti bola $m = 2{,}7$ kg.
   Urči skutočnú hmotnosť m_0 dlaždice, ak hustota vody, ktorou naplnili nádobu bola $\rho_\mathrm{v} = 1{,}0\ \mathrm{g/cm^3}$.

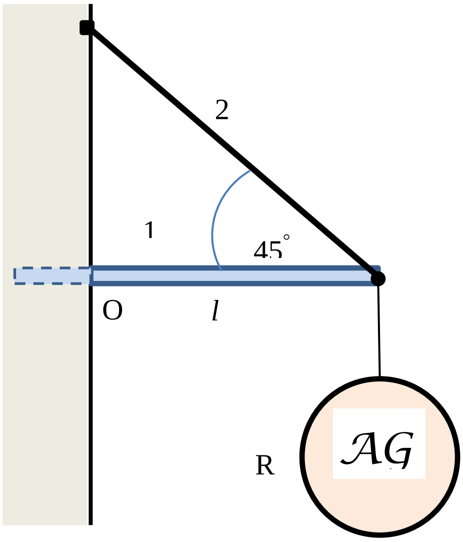
b) Z nameraných hodnôt urči hustotu ρ_1 betónovej dlaždice.

c) Je reálne odvážiť dlaždicu zo žuly s uvedenými rozmermi? Hustota žuly $\rho_\mathrm{ž} = 2{,}7\ \mathrm{g/cm^3}$. Odpoveď vysvetli výpočtom.

d) Aký počet dlaždíc možno naložiť do automobilu, ak nosnosť nákladu v kufri, podľa technického preukazu je, 125 kg?

6. Teleso na konzole

Na obr. F–7 je zobrazené reklamné teleso R zavesené na ramene konzoly, ktorá sa skladá z vodorovnej oceľovej tyče (1) jedným koncom upevnenej do otvoru v stene obchodného centra a oceľového lanka (2), ktoré zabraňuje ohýbaniu tyče. Hmotnosť reklamného telesa $m_\mathrm{R} \approx 12$ kg. Pre zjednodušenie predpokladaj, že hmotnosť konzoly a závesu reklamy je malá. Oceľová konzola má obsah kolmého rezu $S_1 \approx 100\ \mathrm{mm^2}$ a oceľové lanko $S_2 \approx 10\ \mathrm{mm^2}$. Reklamné teleso je homogénny disk. Uhol medzi lankom a tyčou $\alpha = 45°$.



Obr, F–7

a) Urob náčrtok konzoly s telesom reklamy a v ňom vektormi znázorni sily, ktoré pôsobia na jednotlivé časti reklamnej konštrukcie.

b) Urči silu $\boldsymbol{F}_{g,}$ (vypočítaj jej veľkosť), ktorá pôsobí v závese reklamného telesa.

c) Urči sily $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, ktoré namáhajú tyč a lanko konzoly. Uveď pre obe sily, či pôsobia tlakom alebo ťahom.

d) Aké mechanické napätia σ pôsobia v oceľovej tyči a v lanku ($\sigma = F_n/S$) v jednotkách $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ alebo MPa.

e) Sú obe časti konštrukcie dostatočne pevné, aby bezpečne uniesli reklamné teleso.?

Gravitačná konštanta $g = 10\ \mathrm{N/kg}$.

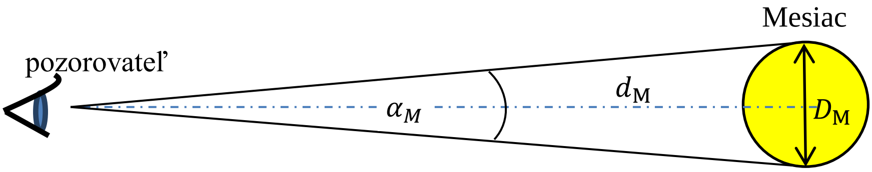
7. Uhlový priemer Mesiaca (experimentálna úloha)

Veľkosť Mesiaca z pohľadu pozorovateľa na Zemi udáva jeho priemer, ako veľkosť uhla α_M, pod ktorým Mesiac pozorujeme, čo znamená uhlovú odchýlku medzi jeho okrajmi (obr. F–8).

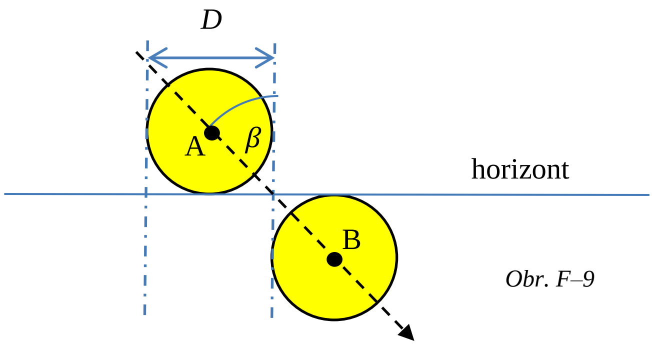
Pomôcky: stopky, prípadne aplikáciu pre meranie času, rysovacie potreby (pravítko, uhlomer).

Teória: Zem sa otáča okolo svojej osi, úplnú otočku, tj. otočenie o 360° urobí za 24 hodín. Otáčanie Zeme vnímame ako zdanlivý pohyb Slnka, Mesiaca, planét a hviezd po oblohe. Stred Mesiaca sa zdanlivo pohybuje po oblohe a pri západe pretína horizont, ako je znázornené na obr. F–9. Uhol β sa meria od kolmice k horizontu a v deň rovnodennosti sa rovná približne zemepisnej šírke ψ, bodu z ktorého sa vykonáva pozorovanie.

Úloha: Zmerať uhlový priemer Mesiaca vyžaduje zmerať čas, za ktorý sa zdanlivo posunie o svoj priemer. Pozorovanie takého posunu je zložité, preto pozorujeme udalosti, ktoré vieme dobre rozpoznať: udalosť A, keď kotúč Mesiaca sa dotkne horizontu, udalosť B, keď Mesiac zájde za horizont, obr. F–9 .



Obr. F–8



Obr. F–9

Metóda:
– Zisti zemepisnú šírku obce, mesta, bodu z ktorého vykonávaš pozorovanie, tj. veľkosť uhla $\beta = \psi$.
– Narysuj situáciu, ktorá je znázornená na obr. F–9 použitím zistenej hodnoty β.
– V náčrtku odmeraj priemer D Mesiaca (kruhu) a dĺžku d úsečky AB. Vypočítaj podiel d/D.
– Urči hodnotu v rýchlosti zdanlivého pohybu Mesiaca po oblohe.
– Za jasnej noci odmeraj čas t, ktorý uplynie od udalosti A do udalosti B.
– Vypočítaj uhol α, ktorý času t zodpovedá.
– Prepočítaj uhlovú vzdialenosť α na uhlový priemer α_{M}Mesiaca.
– Opakuj meranie v nasledujúce dni, pokiaľ to poveternostné podmienky dovolia.
– Odhadni presnosť merania. K výsledkom uveď dátum pozorovania, prípadne iné špecifické podmienky (horizont nebol vodorovný, iné).

Pozn. k riešeniu: Meranie uhlového priemeru Mesiaca je len približné. Vzťah medzi D_{M} *skutočným priemerom Mesiaca a jeho vzdialenosti* d_M *od Zeme určuje uhlový priemer Mesiaca* $\alpha_M = \frac{D_M}{d_M}$ *(obr. F–8). Väčší náčrtok umožní presnejšie meranie dĺžok a tým aj presnejší výpočet. Siderický mesiac je približne* 27 d 8 h, *synodický mesiac* 29 d 13 h, $d_{\mathrm{M}} \approx 385\,000$ km.

Kategória G

1. Príprava elektrolytu do oloveného akumulátora

Elektrolyt v olovenom akumulátore je kvapalný roztok kyseliny sírovej vo vode. Nové akumulátory sú naplnené elektrolytom so správnou hustotou, napr. pri teplote $20\ °\mathrm{C}$ *a plnom nabití akumulátora s hustotou* $1{,}27\ \mathrm{g/cm^3}$.

Máš pripraviť $V_\mathrm{e} = 500\ \mathrm{ml}$ elektrolytu s hustotou $\rho_\mathrm{e} = 1{,}20\ \mathrm{g/cm^3}$ a máš k dispozícii destilovanú vodu s hustotou $\rho_\mathrm{v} = 1{,}00\ \mathrm{g/cm^3}$ a koncentrovanú kyselinu sírovú s hustotou $\rho_\mathrm{k} = 1{,}84\ \mathrm{g/cm^3}$ pri teplote 23 °C.

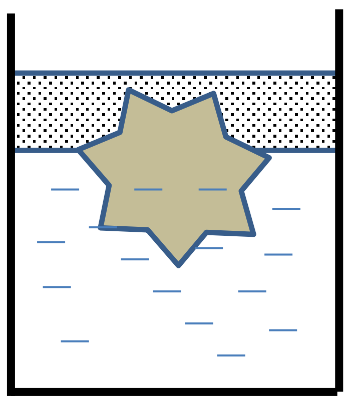
a) Vypočítaj hmotnostnú koncentráciu p_m a objemovú koncentráciu p_V koncentrovanej kyseliny sírovej v pripravovanom elektrolyte.
Pozn. Štandardne v príprave roztokov rôznych látok sa uvádza veličina hmotnostná koncentrácia. Výpočet hmotnostnej koncentrácie a objemovej koncentrácie pre náš roztrok poskytne informáciu o rozdielnych hodnotách týchto veličín.

b) Urči, aký objem V_v destilovanej vody a aký onjem V_k kyseliny sírovej na prípravu elektrolytu použiješ.

c) Stručne uveď, ako je potrebné postupovať pri reálnej príprave elektrolytu.

2. Olej, ľad na hladine vody v nádobe

Predstav si experiment. Na voľnú hladinu vody v nádobe pri izbovej teplote $t \approx 23\ °\mathrm{C}$ najskôr vložíme kúsok ľadu s teplotou $t < 0\ °\mathrm{C}$, ktorý v nej zostane plávať. Potom do nádoby opatrne nalejeme vrstvu olivového oleja s hustotou približne rovnakou ako je hustota ľadu, až kým nie je celý objem ľadu pod hladinou oleja, obr. G–1.



Obr. G–1

a) Sústavu vody, ľadu a oleja necháme dlhšie navzájom pôsobiť. Opíš, čo očakávaš, že sa postupne s časom v sústave bude diať. Každú časť deja stručne vysvetli.

b) Uveď, ako sa po dlhšom čase zmení hladina vody a hladina oleja v nádobe. Odpoveď vysvetli.

c) Svoj výsledok over experimentom. Ľadovú kocku si vyrob v ľadničke. Použi sklenený valec so stupnicou, alebo si výšky hladín označ na nádobe fixkou. Experiment a výsledky pozorovania hladín vody a oleja opíš.

3. Poznáme fyzikálne jednotky a ich premieňanie

Fyzika obsahuje poznatkový systém, ktorý umožňuje nielen chápať, ale aj predvídať rôzne deje v prírode a technike. Popis javov a dejov je možný len vtedy, ak ich vieme kvantifikovať prostredníctvom veličín a ich jednotiek. Je to dôležité, a to nielen vo vedných odboroch, ale aj v bežnom živote. Všetci sa s tým stretávame každý deň a na každom kroku.

a) Napíš pomenovanie aspoň troch základných fyzikálnych veličín a uveď názov a značku ich jednotky v sústave jenotiek SI (Medzinárodná sústava – International System of Units).

b) Doplň vzťah medzi veličinami, ktoré sú vyjadrené nižšie, jednotkami a číselnými hodnotami, značkou a názvom veličiny:

5 mg =	....	g	3 min =	....	h
2,1 m =	....	km	24 h =	....	s
5,3 m^2 =	....	cm^2	5 $\frac{cm}{h}$ =	....	$\frac{m}{d}$
211 m^2 =	....	km^2	1 $\frac{km}{h}$ =	....	$\frac{m}{s}$
7,5 ml =	....	cm^3	1 $\frac{g}{cm^3}$ =	....	$\frac{kg}{m^3}$,
1,2 m^3 =	....	dm^3	0,75 kJ =	....	mJ
7,2 cl =	....	ml	4,2 $\frac{kJ}{kg \cdot °C}$ =	....	$\frac{J}{g \cdot °C}$

4. Prechádzka pri rieke

Rodinka sa prechádzala po chodníku pri priamom úseku rieky. Vpredu kráčala mamička s Jankom stálou rýchlosťou $v_1 = 3{,}00\ \mathrm{km/h}$, vzadu, za nimi, kráčal ocko s Lydkou stálou rýchlosťou $v_2 = 6{,}00\ \mathrm{km/h}$. V určitom okamihu, keď rodičia boli od seba vzdialení d = 50,0 m, sa deti rozbehli, Janko smerom k ockovi, Lydka smerom k mamičke. Keď sa deti stretli, ihneď sa otočili a bežali späť, Janko k mamičke, Lydka k ockovi. Hneď, ako dorazili k rodičom (Janko k mamičke a Lydka k ockovi), otočili sa a beh opakovali.

Janko bežal stálou rýchlosťou $v_3 = 12{,}0\ \mathrm{km/h}$, kým Lydka bežala stálou rýchlosťou $v_4 = 9{,}00\ \mathrm{km/h}$ vzhľadom na chodník. Keď ocko prišiel k mamičke, všetci sa zastavili (rodičia i deti) na mieste.

a) Po akom čase τ_1 sa stretli deti prvý raz?

b) Stretli sa nakoniec všetci štyria na jednom mieste? Odpoveď zdôvodni.

c) Za aký čas τ_2 dostihol ocko mamičku?

d) Akú dráhu s_J prebehol Janko, než sa všetci zastavili?

e) Akú dráhu s_L prebehla Lydka, než sa všetci zastavili?

5. Určenie kvapkového faktoru a hmotnosti kvapiek vody, experimentálna úloha

V aplikáciách kvapalných liekov, ale aj pri príprave roztokov v rôznych technológiách, sa často používa jednotkové množstvo „kvapka“ (hmotnosť kvapky, objem kvapky). Pri určitej teplote, napr. $20\,°C$*, kvapka určitej kvapaliny, si zachováva stálu hmotnosť (teda i objem).*

Pomôcky: Injekčná striekačka so stupnicou v ml (mililiter) alebo plastová fľaška s vyznačeným objemom (obr. G–2).

Obr. G–2

a) Navrhni postup, ako určíš hmotnosť m_0 a objem V_0 jednej kvapky čistej vody s teplotou t_0 (°C), ak máš k dispozícii niektorú z uvedených pomôcok. Postup stručne popíš.

b) Použitím navrhnutého postupu odmeraj hmotnosť m_0 jednej kvapky vody. Meranie opakuj viackrát a urči priemernú hodnotu hmotnosti kvapky vody.

c) Urči priemernú hodnotu objemu V_0 kvapky vody.

d) Urči kvapkový faktor f vody, ako počet kvapiek z objemu 1 ml vody.

Pozn. k riešeniu: Hmotnosť m_0 *jednej kvapky vody je závislá od jej teploty a od tvaru odkvapkávadla. Hmotnosti kvapky vody pri izbovej teplote* 15 *až* 24 °C *sú približne* 70 *až* 50 mg. *Objem* V_0 *kvapky* $V_0 = m_0/\rho_\mathrm{v} \approx 0{,}07$ *až* $0{,}05\ \mathrm{cm}^3$, *teda* 0,07 *až* 0,05 ml. *Lekári pri predpise lieku používajú kvapku ako jednotku hmotnosti alebo objemu roztoku.*

Autori návrhov úloh: Daniel Kluvanec E1,5,7, F2,4,5,6, G1,2,3,5;
Boris Lacsný E2,4, F1,3,7, G4; Aba Teleki E2,4

Recenzia a úprava úloh a riešení: Ivo Čáp
Redakcia: Daniel Kluvanec
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

INFORMÁCIE

4. Európska fyzikálna olympiáda online (EuPhO)[1]

20.07.2020-26.07.2020

Fyzikálna olympiáda na Slovensku v školskom roku 2019/2020 mala zo známych dôvodov zvláštny priebeh. Krajské kolo pre kategóriu A, ktoré sa malo (podľa harmonogramu súťaže) konať 10.03.2020 bolo zrušené 09.03.2020 o 20:00 hod. z dôvodov šírenia koronavírusu SARS-CoV-2. Postupne sa rušili okresné a krajské kolá aj pre ostatné kategórie. Zrušila sa Európska fyzikálna olympiáda a aj Medzinárodná fyzikálna olympiáda. Vyznievalo to tak, že 61. ročník FO skončí pre žiakov len vyriešením úloh domáceho kola. Vieme však, že motivácia riešenia úloh FO je aj v tom, že žiaci sa môžu porovnávať medzi sebou práve v riešení úloh vo vyšších kolách. Neočakávane sa uskutočnila *online* súťaž Nordic – Baltic Physics Olympiad (NBPhO). Hlavný organizátor NBPhO a prezident EuPhO, prof. Kalda (Rumunsko), dospel k názoru, že je vhodné zorganizovať Európsku fyzikálnu olympiádu *online*. Zorganizoval *online EuPhO* v pôvodnom termíne konania Medzinárodnej fyzikálnej olympiády, v dňoch 20.07. – 26.07.2020.

Slovensko sa prihlásilo na *online EuPhO*. Otázka bola, kto bude reprezentovať Slovensko, a z akej vzorky vyberať žiakov reprezentujúcich na *online EuPhO*. Mali sme vzorku 56-tich žiakov prihlásených na krajské kolá FO v kategórii A v jednotlivých krajoch. Ako z tejto skupiny vybrať družstvo reprezentujúce Slovensko? Mali sme šťastie, že koncom školského roku žiaci mohli vstúpiť do škôl, a využili sme príležitosť uskutočniť integrované Krajské kolo FO pre kategóriu A. Autor tohto článku, ktorý bol určený vedúcim Slovenského družstva na online EuPhO, oslovil predsedov krajských komisií FO, ktorí súhlasili s uskutočnením krajského kola, ktoré sa konalo 23.06.2020. Krajského kola sa zúčastnilo z celej Slovenskej republiky 44 žiakov, a úspešných riešiteľov bolo 30.

Z úspešných riešiteľov vedúci vybral desiatich s najvyšším počtom bodov a 01.07.2020 zorganizoval pomocou aplikácie Zoom *online výber* žiakov na súťaž EuPhO. Žiaci dostali 7 úloh, na riešenie ktorých mali určený čas 5 hodín. Celý čas riešenia boli pod online kontrolou organizátorov. Riešenia úloh mohli posielať

[1] https://eupho.ee/

priebežne alebo až na konci časového limitu. Na základe výsledkov krajského kola vedúci vybral päť žiakov.

Oficiálna delegácia na 4. ročník EuPhO:

súťažiaci: Ronald Doboš, absolvent Gymnázium Poštová 9, Košice,
Jozef Csipes, 3. ročník, Gymnázium Grösslingová, Bratislava,
Marcel Polák, absolvent Gymnázia P. Horova, Michalovce,
Dorota Porubská, absolvent Gymnázia L. Stöckela, Bardejov,
Martin Opat, 3. ročník, Gymnázium Ľ. Štúra, Trenčín.

Vedúci: RNDr. Ľubomír Mucha, CVČ-RCM, Košice,
RNDr. Tomáš Lučivjanský, PhD., UFV PF UPJŠ Košice.

Samotná EuPhO sa konala v dňoch 20.07. – 21.07.2020, pričom družstvo Slovenska pracovalo v priestoroch Oddelenia didaktiky fyziky Ústavu fyzikálnych vied Prírodovedeckej fakulty UPJŠ v Košiciach. Súťažiaci boli pod kontrolou kamier cez aplikáciu Zoom, a zároveň bola snímaná aj celá miestnosť, kde žiaci riešili úlohy.

Súťaže online EuPhO sa zúčastnilo 260 súťažiacich z 27 Európskych krajín a 26 krajín mimo Európy. Väčšina krajín bola zastúpená jedným družstvom s 5-mi súťažiacimi, žiakmi stredných škôl. Usporiadateľská krajina, Rumunsko, mala dve družstvá . Zaujímavé bolo, že šancu súťažiť využili aj krajiny mimo Európy. Začiatok súťaže bol v troch rôznych časoch. My sme si vybrali začiatok o 9:00 hod. nášho času (SEČ).

Obr. 1:*Slovenské družstvo na 4. ročníku EuPhO zľava: Tomáš Lučivjanský, Jozef Csipes, Ronald Doboš, Dorota Porubská, Martin Opat, Marcel Polák, Ľubomír Mucha..*

Príprava súťažného družstva

Prvýkrát v histórii EuPhO sa uskutočnila aj odborná príprava družstva pred súťažou. Príprava sa konala v priestoroch PF UPJŠ v Košiciach v termíne 13.07.-18.07.2020. Oblasti, na ktoré sme sa zamerali boli mechanika, elektrina, magnetizmus, optika. V experimentálnej časti sme sa zamerali na spracovanie experimentálnych údajov pomocou grafov. Samotnú prípravu viedli vedúci družstva.

Finančné a organizačné zabezpečenie účasti na EuPhO

Účasť družstva SR na 4. EuPhO organizačne a finančne zabezpečila Iuventa v spolupráci so Slovenskou komisiu FO zastúpenej podpredsedom RNDr. Ľubomírom Muchom. Iuventa uhradila účastnícky poplatok za delegáciu (piati súťažiaci) v celkovej výške 250 EUR. Iuventa hradila náklady aj na prípravu družstva pred súťažou.

Priebeh podujatia

Pre vlastnú súťaž medzinárodná akademická porota pripravila zaujímavé a náročné úlohy: tri teoretické a dve experimentálne. V prvej teoretickej úlohe mali žiaci vypočítať akou silou pôsobí prúdová slučka na dlhý a tenký solenoid s prúdom. Druhá úloha bola z mechaniky. Tretia úloha z optiky riešila problém tzv. mačacích očí. V prvej experimentálnej úlohe žiaci riešili Rutherfordov rozptyl elektrónov na pevnej nabitej častici. V druhej experimentálnej úlohe riešili mechanickú čiernu skrinku pozostávajúcu z dvoch telies spojených navzájom a tiež so skrinkou pružinami. Skrinka sa pohybovala v gravitačnom poli vo zvislom smere. Žiaci určovali hmotnosti skrinky a telies a tuhosť pružín. Dané experimentálne úlohy riešili pomocou simulačných programov.

Za každú teoretickú úlohu a aj experimentálne úlohy mohli získať maximálne 10 bodov, teda spolu 50 bodov.

Riešenia študentov opravila odborná medzinárodná porota, ktorá pripravila na každú úlohu veľmi podrobné riešenia aj s podrobným rozdelením bodov za jednotlivé časti úlohy.

Zosúladenie hodnotenia poroty s bodmi, ktoré si udelili súťažiaci spolu s vedúcim sa realizoval formou moderácie. Tu je zásadný rozdiel medzi IPhO (Medzinárodná fyzikálna olympiáda) a EuPhO. Súťažiaci si sami moderovali svoje riešenia, vedúci družstva bol len v úlohe poradcu. V tomto roku moderácie sa konali písomnou formou v sobotu 25.07.2020. Súťažiaci napísali opravujúcemu svoje zdôvodnenia prečo si myslia, že získali menej bodov ako dostali a čakali na odpoveď opravujúceho. Čakali na jeho kladnú alebo zápornú odpoveď, a v prípade zápornej odpovedi mali ešte jednu možnosť reagovať, ak boli presvedčení o svojej pravde. Všetci naši súťažiaci, ktorí mali pripomienky k svojim bodom si vymoderovali nejaký ten bod. Len pre zaujímavosť, moderácie končili v nedeľu ráno o 2:00 hod. Dvaja súťažiaci, spolu s vedúcim, čakali do daného času na záverečné vyjadrenie porotcov.

Na základe bodového hodnotenia riešenia úloh súťažiacich organizátori zostavili ich poradie, a medzinárodný výbor určil hranice pre jednotlivé druhy ocenení. V zmysle štatútu EuPhO hranica pre zisk zlatej medaily bola stanovená na 26,0 b., striebornej na 17,9 b. a bronzovej na 12,0 b. Hranica úspešnosti bola stanovená na 8,9 bodu. Celkove bolo udelených 27 zlatých, 49 strieborných, 60 bronzových medailí a 40 čestných uznaní. Odovzdávanie medailí a uznaní sa uskutočnilo v nedeľu 26.07.2020 o 12:00 hod. SEČ taktiež online formou. Výsledky jednotlivých úspešných súťažiacich sa nachádzajú na stránke http://eupho.ee. Informácie o neúspešných riešiteľoch sa nezverejnili. Organizátori poslali ocenenia dodatočne vedúcemu družstva.

Po organizačnej stránke bola súťaž dobre zvládnutá, neboli vznesené žiadne námietky voči objektivite súťaže.

Výsledky súťaže jednotlivcov (prvá trojka a slovenskí súťažiaci).

Por.	súťažiaci	krajina	počet bodov	Medaila
1.	Peter Sadhani	Indonézia	40,0 b	zlatá
2.	Bogdan Rajkov	Srbsko	38,5 b	zlatá
3.	Dobrica Jovanovič	Srbsko	37,1 b	zlatá
18.	**Ronald Doboš**	**Slovensko**	**28,55 b**	**zlatá**
32.	**Jozef Csipes**	**Slovensko**	**24,9 b**	**strieborná**
146.	**Marcel Polák**	**Slovensko**	**11,3 b**	**čestné uznanie**
	Martin Opat	**Slovensko**	**7,6 b**	
	Dorota Porubská	**Slovensko**	**6,3 b**	

Neoficiálne poradie európskych krajín[2]

1.	Rusko	134,4 b
2.	Srbsko	127,3 b
3.	Rumunsko 1	117,5b
4.	Rumunsko 2	112,5 b
5.	Turecko	108,6 b
6.	Taliansko	94,5 b
7.	Bulharsko	86,45 b
8.	Poľsko	86,0 b
9.	Nemecko	84,7 b
10.	Slovinsko	80,45 b
11.	**Slovensko**	**78,65 b**
12.	Lotyšsko	78,1 b

[2] Poradie krajín sa oficiálne nevyhlasuje a bolo zostavené na základe získaných bodov súťažiacich.

Hodnotenie účasti

Tohtoročná online EuPhO bola zaujímavou skúsenosťou, najmä jej experimentálna časť. Veľmi pochvalne sa o experimente vyjadrili vedúci družstiev na online stretnutí po vyhlasovaní výsledkov.

Zisk zlatej a striebornej medaily a umiestnenie našich dvoch žiakov v prvej tridsiatke je výborný výsledok. Aj výsledky našich ostatných žiakov sú chvályhodné, pretože úlohy prekročovali rámec nášho stredoškolského štátneho vzdelávacieho programu vo fyzike a matematike. Bez špeciálnej prípravy na takéto súťaže nemôžeme pomýšľať v budúcnosti na úspechy.

Nasledujúci 5. ročník Európskej fyzikálnej olympiády

5. ročník EuPhO sa uskutoční **v Slovinsku v Ľubľane** koncom mája 2021.
Podľa štatútu EuPhO pozývajú organizátori národnú reprezentáciu so štandardným zložením 5 žiakov a 1 vedúci a ďalších členov v úlohe pozorovateľov a hostí. Pre rok 2021 navrhujeme zloženie oficiálnej delegácie:

5 žiakov + 2 vedúci.

Predpokladaný účastnícky poplatok za celú navrhovanú delegáciu je **1 500 EUR**.

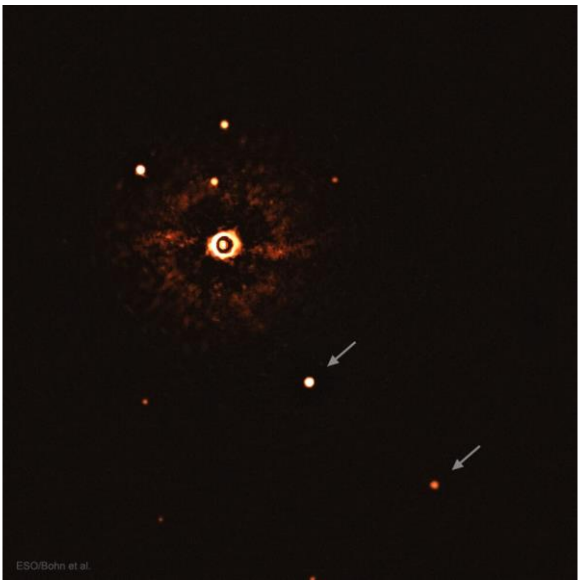
Ľubomír Mucha[3]

[3] Ľubomír Mucha, CVČ - RCM, Strojárenská 3, 04001 Košice, e-mail: lubomir.mucha@gmail.com

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

Prvá planetárna sústava registrovaná priamo, vizuálne

Dlhú dobu sa na existenciu iných planetárnych sústav s planétami obiehajúcimi okolo vzdialených hviezd len verilo. Viera vychádzala z presvedčenia, že fyzikálne zákony sú rovnaké v celom vesmíre, a sformovanie hviezd, nech je to kdekoľvek vo vesmíre, je veľkou pravdepodobnosťou sprevádzané formovaním satelitných telies, planét. Nepriamymi metódami sa do dnešného dňa (október 2020) objavilo 3179 planetárnych sústav so 4284-mi exoplanétami (teda planétami, ktoré nie sú planétami našej slnečnej sústavy). Nepriame metódy sú napríklad pozorovanie mierneho poklesu jasu hviezdy, keď exoplanéta prechádza medzi hviezdou a nami (pozorovateľmi). Iná metóda je pozorovanie mierneho „tanca“ hviezdy okolo spoločného hmotného stredu hviezdy a exoplanéty. V júli 2020 však ESO’s VLT (European Southern Observatory’s Very Large Telescope) ohlásilo prvé priame pozorovanie planetárnej sústavy, dvoch exoplanét mladej hviezdy TYC 8998-760-1 podobnej nášmu Slnku. (Jediné dva predchádzajúce prípade predstavujú hviezdy výrazne sa líšiace od nášho Slnka)



Planetárna sústava hviezdy TYC 8998-760-1, podobná nášmu Slnku, je najvýraznejším objektom na fotografii, obklopená prstencami formujúcej sa planetárnej sústavy. Hviezda je veľmi mladá, jej vek sa odhaduje len na 17 miliónov rokov (Slnko okolo 5,5 miliárd rokov).
Šípky označujú dvojicu exoplanét planetárnej sústavy. Ostatné svetlé body predstavujú hviezdy v pozadí, ležiace v smere pozorovanie, a nepatria k planetárnej sústave.
Dvojica planét sú obrie planéty, väčšie ako Jupiter (vnútorná 14-krát, vonkajšia 6-krát). Sú výrazne ďalej od svojej hviezdy, než Jupiter a Saturn (30-krát).
(foto: s poďakovaním ESO, A. Bohn a spol.)

AT

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

Aktuálne informácie ICMI a IMU

ICMI (Medzinárodná komisia pre vyučovanie matematiky)
https://www.mathunion.org/icmi

Stretnutie reprezentantov členských krajín ICMI sa koná raz za štyri roky, tradične na kongresoch ICME (Medzinárodný kongres vyučovania matematiky) a zástupcovia členských krajín na stretnutí volia, prezenčne, výbor ICMI na nasledujúce štyri roky. Svetový kongres ICME13 sa konal v júli v roku 2016 v Hamburgu a čitateľom OMFI sme informáciu priniesli v článku: Čeretková, Soňa, Svetový kongres o vyučovaní matematiky ICME 13, in: Obzory matematiky, fyziky a informatiky, vol. 45, č. 4, str. 68-71, 2016. Svetový kongres ICME 14, ktorý sa mal konať v júli 2020 v Šanghaji, je predbežne presunutý na leto 2021.
Bližšie informácie:
https://www.mathunion.org/icmi/news-and-events/2020-03-13/icme-14-postponed-2021

Voľby výboru ICMI sa konali on-line v dňoch 13. - 15. júla 2020. Reprezentanti členských krajín ICMI (65 prezentovaných krajín z 83 všetkých členských krajín) vo voľbách vybrali nového predsedu, generálneho tajomníka, dvoch viceprezidentov a piatich členov výboru na roky 2021-2024 nasledovne:

prezident: Frederick K. S. Leung, Hong Kong, SAR, Čína
generálny tajomník: Jean-Luc Dorier, Švajčiarsko
viceprezidenti: Merrilyn Goos, Austrália a Írsko, Anjum Halai, Pakistan
členovia výboru: Marta Civil (USA), Patricio Felmer (Čile), Mercy Kazima (Malawi), Núria Planas (Španielsko), Susanne Prediger (Nemecko)

Ex-officio sú členmi výboru ICMI na roky 2021-2024 ešte: Jill Adler (JAR; prezidentka ICMI do 31. decembra 2020), Carlos Kenig (USA; súčasný prezident IMU), Helge Holden (Nórsko, súčasný generálny tajomník IMU) a Paolo Piccione (Brazília; vyslaný člen výboru IMU pri výbore ICMI).

Viac informácií na stránke:
https://www.mathunion.org/icmi/organization/icmi-executive-committee.

List generálneho tajomníka Medzinárodnej matematickej únie (IMU)

prof. Helge Holden, Nórsko.

Prebiehajúca pandémia COVID-19 zasiahla modernú spoločnosť po celom svete. Je tragické, že tisíce ľudí zomreli, mnoho ďalších prišlo o prácu a pandémia zmenila pracovné podmienky miliárd ľudí. V reakcii na túto situáciu sme spustili webovú stránku `https://www.mathunion.org/corona`.

Stránka obsahuje odkazy na niektoré zdroje týkajúce sa pandémie.

Zameriavame sa na tri aspekty:

všeobecné webové stránky s informáciami o pandémii COVID-19, online semináre pre najširšie publikum, webové stránky, ktoré sa zameriavajú na matematický výskum pandémie.

Užitočnosť webovej stránky, závisí i od aktívnej spätnej väzby všetkých členov komunity. Vaše odkazy posielajte na adresu: `corona@mathunion.org`

Bližšie informácie: Medzinárodná matematická únia: `https://www.mathunion.org`

Soňa Čeretková[4]

[4] Katedra matematiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre, zástupkyňa SR pri ICMI, sceretkova@ukf.sk.

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

JUBILEUM

Profesor Roman Nedela šesťdesiatročný

Nedávno oslávil šesťdesiatku prof. RNDr. Roman Nedela, DrSc., významný slovenský matematik.

prof. RNDr. Roman Nedela, DrSc.

Narodil sa 13. mája 1960 v Banskej Bystrici. Po maturite v rodnom meste pokračoval v štúdiu na Univerzite Komenského v Bratislave, kde v roku 1984 získal na Matematicko-fyzikálnej fakulte diplom v odbore Teória systémov. Po skončení štúdia tento banskobystrický rodák nastúpil ako asistent na Katedru matematiky Pedagogickej fakulty v Banskej Bystrici. Prispela k tomu určite aj skutočnosť, že bol žiakom profesora Známa, ktorý v sedemdesiatych rokoch istý čas dochádzal z Bratislavy do Banskej Bystrice, kde vypomáhal s vyučovaním na tejto fakulte.

Externé doktorandské štúdium absolvoval od roku 1987 na MFF UK pod vedením prof. Známa, titul CSc. získal v roku 1991. O rok neskôr, pri vzniku Univerzity Mateja Bela, sa Pedagogická fakulta rozštiepila a tak sa Roman ocitol na Fakulte humanitných a prírodných vied UMB. Poznamenajme, že aj táto fakulta sa neskôr, v roku 1995, rozdelila na dve, takže sa z Romana stal pracovník Fakulty prírodných vied UMB, stále ako člen tej istej Katedry matematiky, na ktorú pôvodne nastúpil ako čerstvý absolvent. Tieto zmeny, aj keď pri nich zostával sedieť na tej istej stoličke, akoby predznamenali jeho pestrú budúcnosť čo sa týka pracovísk a akademických funkcií.

Už onedlho potom ako v roku 1994 získal na Fakulte humanitných a prírodných vied UMB titul docenta v odbore Algebra, pôsobil 6 mesiacov na univerzite v Ľubľane na pozícii hosťujúceho docenta. Rok 1994 bol pre neho naozaj búrlivý. Krátko počas neho bol aj podpredsedom senátu UMB, potom sa stal prorektorom UMB pre vedu a výskum, pričom v tejto funkcii pôsobil do roku 1997. V tom roku ukončil svoje pôsobenie na Katedre matematiky Fakulty prírodných vied UMB a prešiel na Fakultu financií UMB. Zaslúžil sa o pozdvihnutie tejto fakulty, a to aj vo funkciách vedúceho katedry a zároveň prodekana pre rozvoj až do roku2000. Pôsobenie na Fakulte financií ukončil v roku 2001 po skončení letného semestra. V septembri 2001 prešiel na pozíciu samostatného vedeckého pracovníka na Matematickom ústave SAV, na spoločnom pracovisku MÚ SAV a Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici. Na tejto pozícii zotrval do roku 2005, pričom jeho spolupráca s MÚ SAV v značnej miere pokračuje dodnes; momentálne je vedúcim pobočky MÚ SAV v Banskej Bystrici. V roku 2006 sa naplno vrátil na Katedru matematiky Fakulty prírodných vied UMB. V roku 2006 získal na UPJŠ v Košiciach titul DrSc. v odbore Diskrétna matematika. Roky 2007-2010 boli jeho druhým obdobím vo funkcii prorektora UMB pre vedu a výskum. V roku 2009 bol vymenovaný za profesora matematiky, aj tento titul získal na UPJŠ v Košiciach. Na Katedre matematiky Fakulty prírodných vied pôsobil do roku 2014. V roku 2015 prešiel na Katedru informatiky a v roku 2017 opustil Univerzitu Mateja Bela. Od roku 2018 je profesorom matematiky na Fakulte aplikovaných vied Západočeskej univerzity v Plzni.

Profesor Nedela sa dlhodobo venoval aj záslužnej práci v Slovenskej matematickej spoločnosti a v Jednote slovenských matematikov a fyzikov. V rokoch 2008-2014 bol predsedom Slovenskej matematickej spoločnosti. Významne prispel aj k výchove matematických talentov na stredných školách, napr. v školských rokoch 1985/86 až 1989/90 sa podieľal na organizovaní matematických korešpondenčných seminárov v Stredoslovenskom kraji.

Vo vyučovacej činnosti sa špecializuje najmä na predmety z oblasti diskrétnej matematiky a algebry, vyučoval však aj viaceré iné predmety. Prednášal napr. kombinatoriku a teóriu grafov, numerickú matematiku, lineárnu optimalizáciu, teóriu algoritmov, teóriu formálnych jazykov, teóriu čísel, ale aj kalkulus a matematickú analýzu. Pod jeho vedením úspešne ukončili doktorandské štúdium štyria študenti, ktorí zostali pôsobiť na vysokých školách (Miroslav Hužvár, Ján Karabáš, Kan Hu, Naer Wang). V súčasnosti vedie ďalšieho doktoranda.

Keď akreditačná komisia v roku 2015 v rámci svojho pilotného projektu identifikovala 37 špičkových vedeckých tímov na slovenských vysokých školách, bol medzi nimi aj tím „Akcie grúp a pologrúp v diskrétnej matematike a dynamických systémoch“ z Fakulty prírodných vied UMB, v zložení Roman Nedela, Ľubomír Snoha, Vladimír Špitalský, Ján Karabáš, Matúš Dirbák. Typická pre neho vždy bola aj rozsiahla projektová činnosť. Dokázal zorganizovať kolektívy, ktoré sa s ním zapojili do domácich aj medzinárodných projektov.

V rôznych obdobiach pôsobil na výskumných pozíciách a ako hosťujúci profesor na viacerých známych univerzitách a výskumných ústavoch na celom svete, okrem iného v Poľsku (Banachovo centrum 1987), v Nemecku (univerzita v Bielefelde 1992), v Kanade (McMaster University 1992, 2014), v Slovinsku (univerzita v Ľubľane 1993, viackrát univerzita v Kopri), v Južnej Kórei (POS-TECH v Pohangu viackrát v rokoch 2000-2008), v Portugalsku (univerzita v Aveire 2000), na Novom Zélande (univerzita v Aucklande 2004), v Rusku (univerzita v Novosibirsku 2010, 2014). Počas svojho pôsobenia sa aktívne zúčastnil desiatok vedeckých konferencií, pričom stál pri zrode aspoň troch významných konferenčných cyklov: GEMS (*Graph Embeddings and Maps on Surfaces*, spolu s Martinom Škovierom a Jozefom Širáňom), CSASC (*Joint Czech-Slovenian-Austrian-Slovak-Catalan Mathematical Meeting*, spolu s Karolom Mikulom) a ATCAGC (*Algebraic, Topological and Complexity Aspects of Graph Covers*, spolu s Janom Kratochvílom, Jozefom Širáňom a Jiřím Fialom). Je aj jedným zo zakladajúcich editorov vedeckého časopisu *Ars Mathematica Contemporanea*.

Všade, kde profesor Nedela pôsobil, bol predovšetkým významným vedeckým prínosom pre dané pracovisko, a to hĺbkou aj rozsahom svojej vedeckej činnosti, veď je to svetovo uznávaný odborník v algebraickej a topologickej teórii grafov. Jeho prístup k matematickým problémom je charakteristický aj tým, že jeho práce majú často hlboké presahy medzi zdanlivo vzdialenými oblasťami matematiky, ako je napríklad geometria, teória čísel, výpočtová algebra, teória konečných grúp, teoretická informatika a podobne.

V deväťdesiatych rokoch publikoval spolu s Martinom Škovierom významné príspevky týkajúce sa výskumu *snarkov*. Spolu Martinom Škovierom a Aleksandrom Malničom prispeli k budovaniu základov teórie máp. S Marstonom Conderom (a ďalšími) publikovali viaceré práce zaoberajúce sa klasifikáciou a/alebo enumeráciou vysoko symetrických máp, grafov, akcií grúp na diskrétnych štruktúrach a podobne. Klasifikácia symetrických vnorení kompletných bipartných grafov je obsahom série článkov, na ktorej spolupracoval (okrem iných) s Garethom Jonesom, Shaofei Duom a Martinom Škovierom. V roku 2005 v článku uverejnenom v Transactions of the AMS spolu s Antoniom Bredom a Jozefom Širáňom klasifikovali regulárne mapy na danej neorientovateľnej ploche, pre nekonečnú postupnosť plôch. Dovtedy boli podobné klasifikácie známe len pre plochy ohraničeného rodu. Jedným z najvýznamnejších výsledkov bolo (v spolupráci s Alexandrom Mednykhom) odvodenie vzorca pre počet máp daného rodu s daným počtom hrán, publikované v roku 2006. Tieto štúdie majú presahy do geometrie, komplexnej analýzy a teórie čísel. Je zaujímavé, že koeficienty príslušnej vytvárajúcej funkcie hrajú významnú úlohu v modeloch gravitácie v teoretickej fyzike. V oblasti algebraickej a topologickej teórie grafov možno spomenúť práce na zovšeobecnení automorfizmov grúp – skew-morfizmoch, ktoré študoval spolu s Istvánom Kovácsom, Kanom Hu a ďalšími. Na pomedzí algebraickej a topologickej teórie grafov sa nachádzajú aj štúdie, ktoré vytvoril v spolupráci s Draganom Marušičom a ďalšími predstaviteľmi slovinskej školy teórie grafov. V poslednom čase sa intenzívnejšie venuje algoritmickým aspektom algebraickej teórie grafov, ako je napríklad algoritmická identifikácia špeciálnych tried grafov (spolu s Iljom Ponomarenkom), výpočtom grupy automorfizmov grafu (spolu s Janom Kratochvílom, Jiřím Fialom a ďalšími) a aj problémom izomorfizmu grafov (s Petrom Zemanom a Pavlom Klavíkom).

Je autorom viac ako stovky vedeckých článkov, evidovaných konferenčných príspevkov a abstraktov. Na jeho publikačnú činnosť je evidovaných viac ako tisíc citácií v registrovaných periodikách, učebniciach a monografiách. Veľkým ocenením jeho vkladu do topologickej teórie grafov je napríklad aj to, že sa spolu s Martinom Škovierom stal autorom kapitoly venovanej topologickej teórii grafov v druhom vydaní významnej príručky „Handbook of Graph Theory“.

> *Vážený pán profesor, milý Roman, pri príležitosti Tvojho významného životného jubilea Ti ďakujeme za všetko, čo si spravil pre slovenskú matematiku a pre Univerzitu Mateja Bela. V mene všetkých Tvojich bývalých kolegov a celej slovenskej matematickej obce Ti želáme mnohé ďalšie matematické výsledky a veľa ďalších rokov v zdraví, šťastí a spokojnosti.*

Ján Karabáš[5] *a Ľubomír Snoha*[6]

Adresa jubilanta: Katedra matematiky, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň
e-mail: nedela@kma.zcu.cz

[5] Katedra informatiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Mateja Bela, Tajovského 40, 974 09 Banská Bystrica, Jan.Karabas@umb.sk

[6] Katedra matematiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Mateja Bela, Tajovského 40, 974 09 Banská Bystrica, Lubomir.Snoha@umb.sk

RECENZIA

Česká a Slovenská fyzika 1945 – 2005

Ivo Kraus, Štefan Zajac

Vydala Akadémia vied Českej republiky v Nakladateľstve *Academia*, edícia *GALILEO*, prvé vydanie 27. júl 2020, jazyk český, počet strán 288, EAN 9788020031341, ISBN 978-80-200-3134-1

Predstavujeme publikáciu, ktorá na našom knižnom trhu dosiaľ absentovala. Autori, Prof. RNDr. Ivo Kraus, DrSc. a Doc. Ing. Štefan Zajac, CSc. pôsobia ako vysokoškolskí pedagógovia na Fakulte jadrovej a fyzikálne inžinierskej ČVUT, so zameraním na fyziku pevných látok. Monografia nadväzuje chronologicky na publikáciu autorov *Fyzika za první republiky* (Academia 2017). Je určená fyzikom – vedcom, učiteľom a študentom fyzikálnych odborov a všetkým, ktorých zaujíma dianie v prírodných vedách v Čechách a na Slovensku.

Každému, kto pracuje, alebo sa zaujíma o prírodné vedy je známe, že fyzika sa zaoberá tým najzákladnejším čo tvorí svet. Uplynulé storočie v Európe bolo poznamenané búrlivými spoločenskými udalosťami a na ich pozadí, napriek mnohým ťažkostiam, práve tu sa odohrali prevratné objavy vo fyzike. Nasledoval vznik nových vedných odborov, ako jadrová fyzika a fyzika pevných látok, ktoré začiatkom päťdesiatych rokov 20.storočia sa začali prenášať aj do vzdelávacieho systému, do vysokoškolskej prípravy fyzikov a do vzniku vedeckých inštitúcii v bývalom Československu. Výsledky výskumných prác našich autorov boli uznávané v zahraničí a naši fyzici dostali možnosť uplatnenia v nových oblastiach prírodovedného alebo technického zamerania, v rezortných alebo štátnych úlohách. Z toho dôvodu je monografia venovaná predovšetkým úspechom našich fyzikálnych pracovísk v druhej polovici 20.storočia a osobnostiam, ktoré sa o ne zaslúžili. Ako vyplynie z nasledujúceho, autori mierne prekračujú hranice zvoleného obdobia: 1945 – 2005 na oboch stranách a venujú osobitnú pozornosť fyzike a školstvu aj v období tzv. Protektorátu a analyzujú možnosti ďalšieho vývoja po roku 2005. Roky si zvolili autori symbolicky: v júni 1945 bola obnovená výučba na československých vysokých školách a rok 2005 vyhlásilo OSN Svetovým rokom fyziky.

Monografia pozostáva zo štyroch kapitol:

I. *Fyzika v českých zemiach* - 1. Inter arma silent leges, 2. Organizácia vedeckého výskumu po roku 1945, 3.Povojnová výučba fyziky a výskum na vysokých školách, 4. Fyzikálne ústavy, 5.Výskum v atómovej a jadrovej fyzike, 6. Českí fyzici v zahraničí.

II. *Fyzika na Slovensku* - 1. Fyzika v období slovenského štátu 1939 – 1945, 2. Výučba a výskum na slovenských vysokých školách po roku 1945, 3.Fyzikálny výskum v Slovenskej akadémii vied od roku 1953.

III. *Technický pokrok v druhej polovici 20. storočia vo svete a v Československu:* Prevratné objavy a vynálezy. Technika v Československu po roku 1945. Technické zariadenia československej konštrukcie a výroby. Silnoprúdová elektrotechnika. Slaboprúdová elektrotechnika. Kapitola je bohato ilustrovaná.

IV. kapitola *Biografické heslá* je najrozsiahlejšia (s.133 – s.271). Uvádza 148 osobností našej vedy a výskumu, prevažne so zameraním na fyziku pevnej látky, spracované fundovane, čo prispieva k vysokej hodnote monografie.

Prvé dve kapitoly synchrónne prechádzajú našimi dejinami po druhej svetovej vojne, vznikom a rozvojom vysokých škôl a vedeckých ústavov. Je zaujímavé sledovať premeny názvov, cieľov a obsahu ich činnosti. Napr. zriadeniu ČSAV, ako najvyššej vedeckej inštitúcii v Československu roku 1952 (52/1952 sb.) predchádzal historicky vznik Kráľovskej českej spoločnosti v roku 1784, následne Českej akadémie vied a umenia v roku 1890, Masarykovej akadémie práce v roku 1920, Československej národnej rady bádateľskej v roku 1924 a nakoniec Československej akadémie vied v roku 1952. V zákone o jej založení sa táto historická väzba uvádza. Významné je tiež poznať históriu a osobnosti Jednoty československých matematikov a fyzikov, ktorá sa prelína oboma kapitolami – ako Českou, tak i Slovenskou. Nemožno nespomenúť aj slovenských vynikajúcich odborníkov a úžasné osobnosti, ktorí sa zaslúžili v tomto náročnom období, keď sa tvorili ústavy, veda a školstvo. V tejto nie veľmi vzdialenej dobe boli i našimi vynikajúcimi učiteľmi prof. D. Ilkovič, prof. J. Vanovič, prof. J. Fischer, prof. J. Chrapan st. ale i vynikajúci odborníci a popularizátori ako prof. J. Krempaský, alebo prof. J. Pišút, prof. D. Kluvanec. Vysoké školy pripravujúce fyzikov na vedecký, alebo pedagogický smer prechádzali a prechádzajú neustálymi zmenami a z hľadiska historického možno posudzovať, nakoľko tieto zmeny prispievajú k zvýšeniu úrovne vzdelanosti.

Tretia kapitola: Prevratné objavy a vynálezy – začína polovodičmi a Nobelovou cenou Američanov J. Bardeena, W. Brattaina a W. Shockleya, ktorá im bola udelená v roku 1956 za ich objav. Nasleduje vývoj počítačov od nultej generácie, lasermi, internetom, mobilnými telefónmi, supravodivosťou, optoelektronikou, nanotechnológiami, novými materiálmi a ich charakteristikou. Technické zariadenia našej výroby sú zamerané na jadrovú fyziku: röntgenové aparatúry, jadrové reaktory, nukleárnu magnetickú rezonanciu, lasery, urýchľovače, mikrotróny a pod. Pri krátkom historickom pohľade si človek uvedomuje ako ide rýchlo vývoj v technike dopredu a aký veľký podiel má na ňom fyzika.

Text obsahuje portréty osobností, snímky titulných strán vysokoškolských učebníc, fotografie univerzitných budov a pamätných tabúľ a ďalšie dokumenty.

Publikácia je doplnená menným registrom a zoznamom literatúry a ilustrácií, rozširujúcich informácie obsiahnuté v učebniciach fyziky na stredných a vysokých školách. Možno ju odporučiť všetkým, ktorí sa zaujímajú o históriu a sústavný vývoj prírodných a technických vied.

Monografia I. Krausa a Š. Zajaca : Česká a Slovenská fyzika 1945 – 2005 je, čo do rozsahu nie veľká, ale obsahom bohatá. Zaslúži si, aby sa ocitla v knižnici nielen fyzikov, ale i ľudí, ktorí sa zaujímajú o pokrok v prírodných vedách.[7]

Mária Rakovská

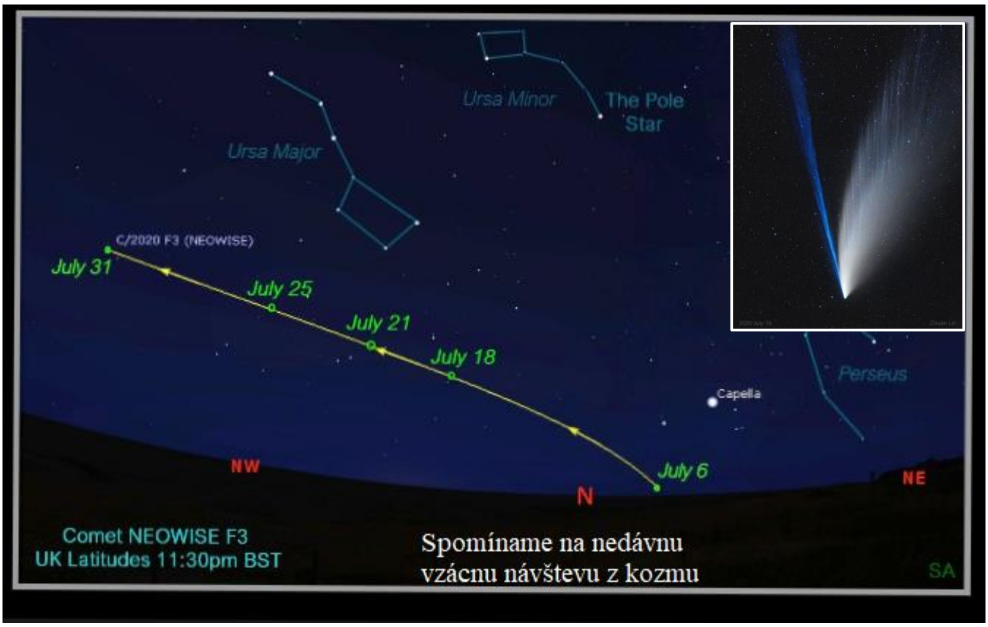
[7] Knihu je možné získať v kníhkupectvách Academia v Prahe, Brne i Ostrave (http://www.academiaknihy.cz, http://academiabooks.com, http://www.eknihy.academia.cz). Na Slovensku za prijateľné ceny v sieti knižného predaja e- shopov. Napr. za zníženú 11,73 € na http://www.preskoly.sk (učebnice a knihy so zníženou cenou s podporou MŠVVaŠ).

Spektakulárna kométa Neowise (C/2020 F3)

Celé leto zamestnávala astronómov, výrazná kométa Neowise, ktorá preletela relatívne blízko Zeme (64 miliónov km) a bola najjasnejšou kométou od preletu Haleho-Boppovej kométy v roku 1997. Jasný chvost bol viditeľný aj voľným okom, v júli však kométa rozvinula aj druhý, veľmi jasný modrý chvost ukazujúci od Slnka skoro po priamke. Tento chvost vzniká pri interakcii slnečného vetra s jadrom kométy. Iónový chvost získal aj červenú zložku, ktorá sa ukázal byť sodíkovým chvostom.

Neowise sa dala pozorovať tesne pred východom slnka, potom v nočných hodinách na severe.

Prelet kométy vnútornou slnečnou sústavou dramaticky zmenila dobu obehu zo 4400 rokov na približne 6600 rokov. Kto ste ju zmeškali, už sa jej asi nedočkáte.



Pohyb voľným okom viditeľnej výraznej kométy Comet C/2020 F3 (NEOWISE – vpravo hore) na oblohe, bola výnimočnou udalosťou nie len pre astronómov.
(Foto: s poďakovaním študentovi Zixuan Lin – Beijing Normal University)

DK

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2020 (49)

Nedať sa nachytať

Recenzia na knihu Mareka Lišku a kol.: Rovnice a nerovnice

Matika pre spolužiakov, Bratislava, 2018

Jedným z cieľov Jednoty slovenských matematikov a fyzikov (JSMF) je skvalitňovanie vyučovania matematiky na všetkých stupňoch a typoch škôl. Pred pár rokmi začala vychádzať séria kníh „*Matika pro spolužáky*“. Pôvodná myšlienka pomôcť slabším spolužiakom zvládnuť „školskú“ matematiku, je dobrá. Žiaľ, došlo to do takého štádia, že tieto knihy si kupujú školy a žiaci ich majú namiesto učebníc oficiálne schválených Ministerstvom školstva, vedy výskumu a športu. Nejdem sa púšťať do polemiky, či sú oficiálne schválené učebnice dobré alebo zlé, prípadne čo im chýba. Na to sa necítim byť’ kompetentným. A nakoniec, nech by sme mali aj tie najkvalitnejšie učebnice, nikdy by nevyhovovali všetkým učiteľom ani všetkým žiakom. Je jasné, že potrebujeme alternatívne učebnice, ale obsahovú kvalitu týchto alternatívnych učebníc musí niekto garantovať. Nie je prípustné, aby učebnice matematiky písali autori, ktorí nemajú ani matematické ani pedagogické vzdelanie.

V Slovenskej matematickej spoločnosti, v odbornej sekcii JSMF, považujeme za mimoriadne dôležité pozrieť sa dôkladne na celú sériu „Matiky pre spolužiakov“. V redakcii Obzorov matematiky, fyziky a informatiky sme sa preto rozhodli postupne uverejňovať recenzie na tieto knihy. Už v minulých rokoch sme uverejnili recenzie na dva diely zo série „*Matika pro spolužáky*“ od nášho českého kolegu prof. Kuřinu. Teraz začíname postupne uverejňovať recenzie na slovenský preklad tejto série. Bude tam vždy pohľad vysokoškolského a stredoškolského pedagóga.

Asi ste si už všimli, že dôsledne píšem o sérii kníh a nie o sérii učebníc. Tieto knihy sú totiž svojou odbornou úrovňou hlboko pod hranicou, ktorú by každá učebnica mala spĺňať. V tomto čísle sa pozrieme na diel „*Rovnice a nerovnice*“.

Martin Kalina

Pohľad matematika

Jozef Doboš

Slovenská matematická spoločnosť zverejnila svoje stanovisko k súboru kníh „Matika pre spolužiakov“ na svojom portáli http://www.math.sk/sms/ v sekcii Aktuality, kde si môžete prečítať list podpredsedu SMS, adresovaný generálnemu riaditeľovi sekcie regionálneho školstva MŠVVŠ SR. Na svoju webstránku http://web.science.upjs.sk/jozefdobos/ som umiestnil slajdy k prednáške [2], v ktorej som sa snažil poukázať (formou ukážok a komentárov) na problematické miesta kníh „Matika pre spolužiakov“.

Teraz sa pozrieme podrobnejšie do knihy [5]. Matematik si určite všimne problémy s terminológiou. Na strane 12 je nasledujúci nadpis:

Čo je kmeň, teda koreň rovnice?

Napriek značnému úsiliu som nikde v literatúre nenašiel termín „kmeň rovnice“. Naproti tomu „koreň rovnice“ sa používa minimálne od stredoveku.

Napríklad v článku [3] sa píše:

> “The term “root” has its origin in the Arabic. Latin works translated from the Arabic have radix for a common term, while those inherited from the Roman civilisation have latus. Radix (“root”) is the Arabic *jadhr*, while *latus* (Greek, *πλευρά, pleura*, meaning “rib” or “side”) is the side of a geometric square.”

Na strane 13 sa dozvieme, že existujú aj „*rovnice s prečiarknutým znamienkom*“, teda so symbolom „≠“. Ale asi len v tejto knihe, pretože v matematike patria medzi nerovnice. Napríklad v knihe [1] sa píše:

> „Два алгебраических выражения, соединенные одним из знаков $<, \leqslant, >, \geqslant, \neq$, образуют *неравенство*.“ [8]

Vážne problémy majú autori nielen s terminológiou, ale aj s matematikou. Nerozlišujú medzi množinou a jej prvkami. Na strane 13 sa dozvieme, že „*obor pravdivosti je to, čomu hovoríš výsledok (koreň)*.“ Alebo na strane 79 sa píše: „*Celkovým riešením tejto rovnice je usporiadaná trojica prvkov, ktorú napíšeš v tvare* $K = \{[x;\ y;\ z];\ x \in \text{definičný obor}\}$.“

Autori nerozlišujú medzi funkciou a grafom funkcie. Napríklad na strane 31 sa dozvieme, že „lineárna funkcia je priamka, ktorú zakreslíš tak, že….“. Tiež sa tam píše, že „ … ak bude mať daná rovnica riešenie, tak jej výsledkom bude v grafe

[8] Dva algebraické výrazy spojené jedným zo znakov $<, \leqslant, >, \geqslant, \neq$, tvoria nerovnicu.

priesečník oboch funkcií (nakreslených priamok).“ Avšak priesečníkom priamok je bod, riešením lineárnej rovnice je číslo.

Pozrime sa na stranu 39, kde začína kapitola venovaná rovniciam v súčinovom tvare. Tam sa dozvieme, že „určenie nulových bodov sa robí preto, že keď vynásobíš akýkoľvek výraz nulou, vždy bude rovný nule“. Na prvý pohľad sa to môže zdať správne, ale nie je to tak. Ako z tej argumentácie vyplýva, že daná rovnica iné riešenia nemá?

Autori si voľne zamieňajú termíny „neznáma“ a „premenná“. Napríklad na strane 31 sa o lineárnej funkcii dozvieme, že „... je dôležité, aby neznáma x mala vždy v exponente hodnotu 1, pretože x^2 či x^{-3} už nie je lineárna funkcia“.

Autori nerozlišujú medzi neekvivalentnými a dôsledkovými úpravami (strana 13). Tiež by bolo zaujímavé zistiť, aké neekvivalentné úpravy sa používajú pri riešení nerovníc (strana 23).

Ako riešiť kvadratickú rovnicu graficky? Pozrite si postup uvedený na stranách 88–89 (ak nemáte recenzovanú knihu k dispozícii, ukážku nájdete v mojich slajdoch spomínaných vyššie), a skúste podľa tohto návodu graficky riešiť kvadratickú rovnicu $2x^2 + 1{,}9x - 4{,}13 = 0$. Čo to znamená „graficky riešiť kvadratickú rovnicu“, je veľmi pekným spôsobom vysvetlené v učebnici [4] (práve na uvedenej rovnici).

Kniha [5] utrpela ešte aj prekladom. Uvedieme niekoľko ukážok, pričom kritické časti zvýrazníme podčiarknutím.

Originál	Preklad
Metoda sčítací spočívá v tom, že <u>sečteš</u> zvlášť pravé a zvlášť levé strany rovnic tak, aby vznikla nová rovnice, která bude obsahovat pouze jednu neznámou.	Sčítacia metóda spočíva v tom, že <u>vypočítaš</u> zvlášť pravú a zvlášť ľavú stranu rovnice tak, aby vznikla nová rovnica, ktorá bude obsahovať iba jednu neznámu.
<u>Sečteš</u> zvlášť pravé a zvlášť levé strany rovnic.	<u>Vypočítaj</u> samostatne pravú a samostatne ľavú stranu rovníc.
Body <u>zjistíš</u> tak, že …	Body <u>spojíš</u> tak, že …
Jako první určíš definiční obor neznámé x, aby se nestalo, že bude <u>v odmocněnci</u> záporné číslo.	Najprv určíš definičný obor neznámej x, aby sa nestalo, že bude <u>pri odmocnení</u> záporné číslo.
Výraz pod odmocnítkem nikdy nesmí být záporný, protože neexistuje v oboru reálných čísel odmocnina <u>ze záporného čísla</u>.	Výraz pod odmocninou nikdy nesmie byť záporný, pretože v obore reálnych čísel neexistuje odmocnina <u>so záporným číslom</u>.

Je tam toho oveľa viac, ale na vytvorenie predstavy by to mohlo stačiť.

L i t e r a t ú r a - R e f e r e n c e s

[1] Бронштейн, И. Н., Семендяев, К. А.: *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов*, «Наука», Москва, 1986.

[2] Doboš, J.: *Lesk a bieda učebníc matematiky*, Zborník z 50. konferencie slovenských matematikov, Jasná pod Chopkom, 22.–25. november, 2018, http://158.193.112.2/jasna/50_zbornik.pdf

[3] Gandz, S.: *On the Origin of the Term "Root"*, Amer. Math. Monthly 33, No. 5 (May, 1926), 261–265.

[4] Holubář, J., Hradecký, F., Hruša, K., Kasková, E., Kolibiar, M., Krňan, F.: *Algebra pre 9.–11. postupný ročník všeobecnovzdelávacích škôl*, SPN, Bratislava, 1954.

[5] Liška, M, Valenta, T., Král, L. a kol.: *Matika pre spolužiakov. Rovnice a nerovnice*, PreSpolužiakov.sk s. r. o., 2018. ISBN 978-80-89960-02-6

Adresa autorov: Jozef Doboš, Ústav matematických vied, Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Jesenná 5, 040 01 Košice,
e-mail: jozef.dobos@upjs.sk

Pohľad matematikára

Ivan Kadlečík

Jeden český študent sa pred desiatimi rokmi, ešte pred svojou vlastnou maturitou, rozhodol pomôcť spolužiakom zvládnuť náročné učivo, látku z matiky. Občas doučoval spolužiakov, potom strávil dlhé noci pri počítači a nakoniec založil projekt ProSpolužáky, vydal učebnice a pracovné zošity, neskôr v slovenskej verzii, rozšíril dopad aj na Chémiu pre spolužiakov. Vytvoril vlastný tím, založil eseročku, začali publikovať na fesjbúku, instagrame, webe... K učebniciam pridali aj pracovné zošity, majú publicitu, používajú šikovný marketing, eshop, mailing, získali partnerov, majú ohlasy v médiách...

Projekt Matika pre spolužiakov predstavuje 4 sady výučbových materiálov od spoločnosti s ručením obmedzeným, Pro Spoluzaky.cz, resp. PreSpolužiakov.sk. Slovenská edícia vyšla rok po českej, v roku 2018. Podľa autorov projektu viac ako dvesto škôl učí podľa ich učebníc. V každej sade sú dve až tri učebnice s pracovným zošitom. Prvá sada obsahuje dve témy - Základné poznatky a Rovnice a nerovnice, druhá – Planimetria, Funkcie, Goniometria. Tretia – Stereometria, Analytická geometria, Postupnosť a rady. Posledná sada Diferenciálny a integrálny počet, Kombinatorika, Pravdepodobnosť a štatistika, Komplexné čísla, Opakovanie zo SŠ.

Sada Rovnice a nerovnice je zostavená pre prvý ročník stredných škôl. Reklama tvrdí, že sa študent naučí kompletnú látku rovníc a nerovníc. Ide o šesť kapitol - Lineárne rovnice a nerovnice s jednou neznámou a ich sústavy, Sústavy lineárnych rovníc s viacerými neznámymi, Kvadratické rovnice a nerovnice a ich sústavy, Rovnice a nerovnice s absolútnou hodnotou, Rovnice a nerovnice s neznámou pod odmocninou, Rovnice a nerovnice s parametrom.

Učebnica aj pracovný zošit sú vo formáte A4, používa sa bezserifové písmo rôznych štýlov, čierne na bielom, čierne na žltom, čierne na sivom, biele na modrom. Navigácii slúži asi desať grafických symbolov (smerovník, šálka s kávou, zamknutý a odomknutý zámok, raketa, plávacie koleso a i.), grafika výkladu je podobná četovým systémom, pri precvičovaní poslúžia QR kódy s odkazom na web a úlohy z pracovného zošita.

Ciele projektu z pohľadu spolužiakov, študentov matematiky na stredných školách zreteľne presvitajú v textoch jednotlivých kapitol. Hor sa do boja! Ako vytrieť matematike zrak? Natrieš to matematike. Ako prekabátiť a vyriešiť rýchlosťou blesku? Dozvieš sa na čo si dávať pozor. Tento postup ušetrí množstvo práce a najmä dôležitý čas pri skúške. Na čom sa nenechaj nachytať. Toto je nevyhnutné vedieť pred písomkou. Neprepadni panike.

Nepáči sa mi, že takýmito vetami sa prezentuje matematika ako neobľúbený predmet, ktorý je len na obťaž a príklady sú len na nezmyselné potrápenie študentov stredných škôl.

V každej kapitole je na začiatku niekoľko riadkov na motiváciu, s čím sa oboznámiš, kde v praxi sa to používa a kde v matematike daný obsah ešte využijeme. Tieto texty sú skutočne veľmi nepresvedčivé, nekompetentné, nezrozumiteľné, povrchné a nelogické. Človek si pri čítaní pomyslí, že vety vytvoril autor iba z povinnosti a samému mu to nie je celkom jasné. Napríklad o použití kvadratickej rovnice autor hovorí: „P*oužitie kvadratickej rovnice je veľmi časté. Najčastejšie sa používa v geometrii pri využívaní Pytagorovej vety, vďaka ktorej zistíš niektoré strany nielen trojuholníka. Ďalej sa kvadratická rovnica využíva v technických odboroch alebo v štatistike* (str. 82). Alebo: „*Sústavou lineárnych rovníc sa to v matematike len tak hemží, o čom svedčí množstvo prípadov využitia pri rôznych príkladoch v matematických olympiádach. Využívajú sa vo funkciách, ale okrem toho sa ti zídu napríklad i v matematike. Tým sa však zatiaľ nestresuj, na to bude dosť času v priebehu štúdia. Teraz hurá na vec!*“ (str. 66). A ešte: „*S rovnicami s absolútnou hodnotou sa v praxi veľmi nestretneš, ale so samotnými rovnicami už áno. Napríklad vtedy, keď si v obchode vypočítavaš cenu za nákup, keď si doma rozmeriavaš, aký veľký koberec budeš potrebovať na pokrytie podlahy, alebo keď si spätne chceš vypočítať cenu za zlacnený tovar.“* (str. 106). Na strane 49 nájdeme zhluk slov: *„V matike sa používajú len v menšej miere, pretože nerovnice v súčinovom tvare sa mihnú akurát pri kvadratických nerovniciach a potom dlho na ne nenarazíš. Predsa sa však s nimi môžeš stretnúť pri všelijakých príkladoch, pri ktorých by nikto nečakal, že sa tam takýto typ nerovníc objaví.“*

Táto kniha receptov, postupov na riešenie niektorých vybraných typov úloh, neposkytuje vôbec priestor na porozumenie, argumentovanie, logické dôvodenie výberu napríklad úprav rovnice. Dialóg s čitateľom spravidla vedie pragmatickým tónom*: cieľom je mať na jednej strane neznáme a na druhej zvyšok. Tým pádom na tej strane s neznámymi môžeš vynímať. Vznikne tak rovnica, kde na jednej strane je len hľadaná neznáma a na druhej strane ostatné veličiny* (str. 17). Na dôvažok, v úlohách na precvičenie sú aj úlohy, na ktoré vôbec predchádzajúci text nepripravuje. V tzv. Zhrnutí témy sú často vyjadrenia, ktoré sa naozaj nedajú použiť v inej situácii, len v tej, ktorú autor zamýšľa. Pravda, nepopisuje vstupné podmienky, takže ľahko môže čitateľa zmiasť: „*Vyjadrenie neznámej zo vzorca urobíš tak, že požadovanú neznámu presunieš na jednu stranu rovnice a všetky ostatné výrazy na stranu druhú*“.

Príklady na precvičenie často sú úplne o inom matematickom jave, ako bolo ukázané na predchádzajúcich príkladoch v učebnici. Čitateľ skutočne nedokáže bez konzultácie s ozajstným matematikom vedieť, ako postupovať pri riešení.

Alebo slovné úlohy. Sú s veľmi obmedzeným kontextom, rodinným, školským. Neexistuje žiaden návod ani príklad, ako by si riešiteľ mohol modelovať slovnú úlohu na rovnice a nerovnice. Úloha je niekedy umelo navodená na odporúčaný spôsob riešenia, pričom existuje oveľa efektívnejší spôsob vyriešenia. Napríklad úloha o Antonovi a jeho spolužiakoch na strane 80 má byť príkladom na sústavu s tromi neznámymi, pričom istotne by sme si vystačili s jednou neznámou – počtom žiakov v triede. Zrejme humornou na strane 20 má byť úloha o vlakoch medzi Košicami a Hradcom Králové, idú proti sebe vlaky TGV a Šinkansen. Má sa zistiť, o koľkej bude Šinkanzen v Košiciach. Takisto nepovažujem za zmysluplné ani humorné nazvať v učebnici matematiky časopis názvom Kašlemnato (str. 92) a počítať jeho cenu pred a po zlacnení.

V pracovnom zošite sa nachádza veľmi malý počet kontextových úloh, veľmi umelých a aj tie sú väčšinou z prostredia vlastného podnikateľského subjektu autora. Aký má význam a koho rozumného by napadlo počítať štvorec počtu objednávok, ako napríklad na strane 86 v pracovnom zošite: „*Kubo, správca objednávok, vedel, že súčet druhých mocnín týchto objednávok je 41634*."

Matematické nonsensy v uvedenej učebnici sú pre vzdelaného matematika nepochopiteľné a urážajúce. Ako sa mohla v tzv. učebnici matematiky pre stredné školy vyskytnúť veta: „*Absolútna hodnota sa dáva iba pri odmocnení párnych čísel, pri nepárnych číslach sa riešenie rovnice nezmení. Vyjde, že neznáma z sa rovná kladnej a zápornej odmocnine z troch.* (str. 87)? Na strane 67 autor radí: „Vypočítaj samostatne pravú a samostatne ľavú stranu rovníc".

Vcelku dobrú navigáciu v texte kazí na strane 46 veta „*Viac o spoločnom menovateli nájdeš v nultej kapitole*". Občas sa vyskytne aj nesprávny slovenský preklad. A ako zástanca novej matematickej normy pre znaky a značky používané v matematike v tejto učebnici namietam aj zastaralý zápis intervalov, množín definovaných vlastnosťou svojich prvkov a podobne.

Odporúčam učiteľom matematiky, na stredných školách, nenechať sa nachytať šikovným marketingovým špecialistom, propagátorom nového, nekonzervatívneho prístupu k vyučovaniu matematiky, ktorý nám ponúka spoločnosť PreSpolužiakov.sk. Ide o povrchné, pragmatické vyučovanie a učenie sa s dôrazom na používanie nižších poznávacích funkcií, neaktívne učenie sa, neporozumenie súvislostiam a argumentovaniu, nerozvíjanie logického a kritického myslenia, artikulovanú snahu vytrieť zrak, bleskovo vyriešiť úlohu, nestrácať čas, dať si pozor na nachytanie. Ak môžeme niečo pozitívne odpozorovať a využiť vo vyučovaní matematiky, tak je to priblíženie sa žiakom v prístupe, v jazyku a v témach, v používaní moderných IT technológií, v grafickom spracovaní, v dostupnosti a marketingovej podpore projektu

Literatúra – References

[1] Liška, M, Valenta, T., Král, L. a kol.: *Matika pre spolužiakov. Rovnice a nerovnice*, PreSpolužiakov.sk s. r. o., 2018. ISBN 978-80-89960-02-6

Adresa autorov: Ivan Kadlečík, Obchodná akadémia, F. Madvu 2, Prievidza F. Madvu 2, 971 29 Prievidza.
e-mail: ikadlecik@gmail.com

Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Matematický ústav SAV

Adresa redakcie

Matematická a informatická časť
Katedra matematiky PF KU, Hrabovská 1, 034 01 Ružomberok
(e-mail: obzory@ku.sk)

Fyzikálna časť
Katedra fyziky FPV UKF, Trieda A. Hlinku č. 1, 949 74 Nitra
(e-mail: JSMFteleki@gmail.com)

Objednávky a predplatné vybavuje
JSMF (OMFI), Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava
(e-mail: kalina@math.sk)

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
3/2020 ročník 49

Vydala Jednota slovenských matematikov a fyzikov s finančným prispením
Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky
Vedeckí redaktori: Jozef Doboš, Daniel Kluvanec
Výkonní redaktori: Štefan Tkačik, Aba Teleki
Technická redakcia: Martin Papčo, Mária Hricková, Ivo Kluvanec
Správca www.omfi.ukf.sk: Martin Drlík
Zástupca vydavateľa: Martin Kalina
Všetky príspevky prešli jazykovou úpravou a odbornou recenziou
Náklad: 550 kusov
Periodicita vydávania: štvrťročník
IČO vydavateľa: 00 178 705
Sídlo vydavateľa: Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava
Dátum vydania periodickej tlače: október 2020

Distribúciu zabezpečuje LK PERMANENT

Podávanie novinových zásielok povolené
Západoslovenským riaditeľstvom pôšt Bratislava
č.j. 3015/2003-OLB zo dňa 1.10.2003

ISSN 1335-4981 EV 915/08

The Journal "Horizons of Mathematics, Physics and Computer Sciences"
OMFI 3/2020 Volume 49
is reviewed in the database MathEduc published by FIZ Karlsruhe
(http://www.zentralblatt-math.org/matheduc/).

OBSAH

CONTENTS