Obzory matematiky, fyziky a informatiky 1/2012 (41)

Štýl **0MFI - Nadpis článku**

Keplerova úloha – algebraické riešenie

Štýl **0MFI – Meno autora**

Michal Demetrian

**Abstract:** We present the algebraic solution to the Kepler problem - i.e. we show how to find all the possible trajectories of a testing body in the Newtonian gravitational field of a massive central body - without any need of integrating an equation of motion (differential equation). The presented idea is rather well-known on the scientific level, however, almost absolutely unknown in pedagogical level in spite of the fact it offers a nice possibility to explain the Keplerian elipses to the secondary school students.

Štýl **0MFI – Key words**

Štýl **0MFI - Abstract - anglický**

**Key words:** problem solving, Kepler problem

**Súhrn:** Obsahom článku je algebraické riešenie tzv. Keplerovej úlohy – teda úlohy nájsť tvar trajektórie testovacieho telesa, ktoré sa pohybuje v Newtonovom gravitačnom poli. Pod pojmom algebraické riešenie myslíme to, že úlohu vyriešime bez integrácie akejkoľvek diferenciálnej rovnice. Idea, ktorú v práci prezentujeme, je dobre známa vedeckému svetu, ale takmer neznáme pedagógom na stredných školách, a to aj napriek tomu, že poskytuje možnosť priblížiť Keplerovské eliptické orbity študentom gymnázií.

Štýl **0MFI – Kľúčové slová**

Štýl **0MFI - Abstrakt- slovenský**

**Kľúčové slová:** riešenie úloh, Keplerova úloha

Štýl **0MFI – MESC kódy**

**MESC:** M50, U30

Našim cieľom je ukázať, že trajektória telesa hmotnosti m pohybujúceho sa v poli centrálnej sily (prvý odstavec článku resp. prvý odstavec za názvom sekcie)

Vzorec umiestniť v strednej časti tabuľky (3 stĺpce s šírkou: 1 cm, 11, cm, 1 cm). Vzorce písať pomocou editoru rovníc.

Štýl **0MFI – Základný text – 1. odstavec**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Štýl **0MFI - Vzorec** |  | (1) |

kde je konštanta, je nutne jednou z kužeľosečiek – t.j. je to buď priamka (jej časť), kružnica, elipsa, hyperbola alebo parabola. Ak je konštanta záporná, tak sila (1) je príťažlivá (pokračovanie textu za vzorcom, keď text nie je novým odstavcom). Pri označení

Štýl **0MFI –** **Základný text za vzorcom**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

kde je Newtonova gravitačná konštanta[[1]](#footnote-1), máme presne Keplerovu úlohu o pohybe planét v gravitačnom poli Slnka.

Štýl **0MFI – Poznámka pod čiarou - odkaz**

Štýl **0MFI – Poznámka pod čiarou**

Ak je kladná, tak sila (1) je odpudivá (ďalšie odstavce textu [nie prvý odstavec za názvom sekcie]). Pri označení:

Štýl **0MFI –** **Základný text**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

kde je elektrická permitivita a (fyzikálne veličiny v texte písať pomocou editoru rovníc)sú elektrické náboje (rovnakého znamienka), máme úlohu o pohybe dvoch odpudzujúcich sa nábojov. Zostáva posledná možnosť: , vtedy je zrejme sila nulová a teda máme len rovnomerný priamočiary pohyb.

...

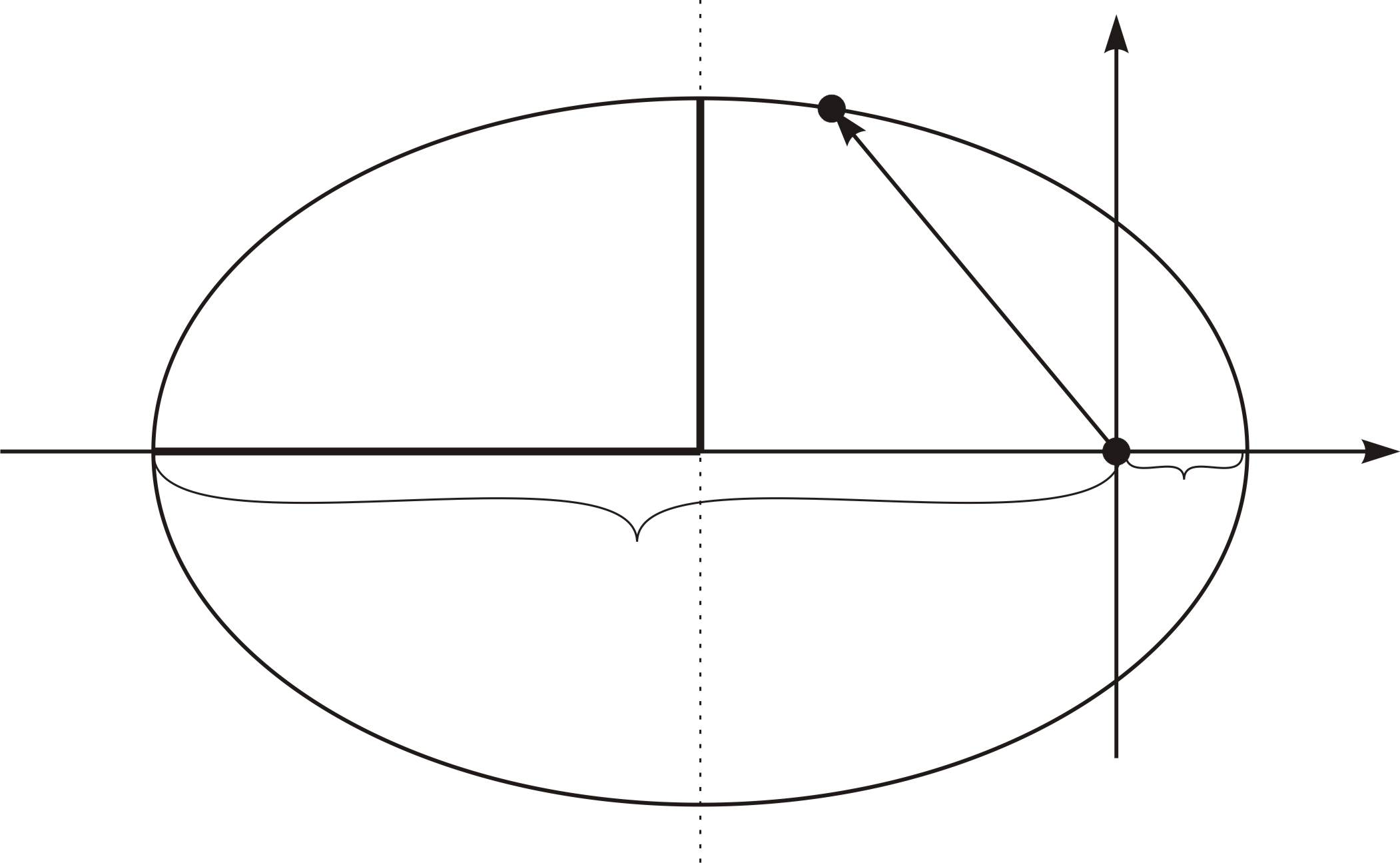
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

(vektorové veličiny sa píšu tučne) je konštantný. Keďže vektor momentu hybnosti je kolmý na rovinu určenú centrom (Slnkom), polohou telesa a smerom určeným rýchlosťou (tzv. rovina pohybu v danom okamihu), tak to znamená, že trajektória uvažovaného telesa je rovinná. Bez ujmy na všeobecnosti predpokladajme, že pohyb prebieha v rovine - robíme len voľbu súradníc. V našej úlohe je výhodné pracovať aj v polárnych súradniciach v rovine pohybu , ktoré súvisia so zvolenými kartézskymi súradnicami vzťahmi...

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Štýl **0MFI –** **Obrázok popis**

Štýl **0MFI –** **Obrázok na celú šírku**



Obr. 1: K odvodeniu parametrov elipsy. označuje ohnisko (Focus), ktoré je v počiatku súradníc a leží v ňom silové centrum, napr. pre sústavu Slnko - Zem tam leží Slnko. označuje stred elipsy.

...Z prechádzajúceho textu ľahko prídeme k zaujímavému záveru: ak poznám začiatočné podmienky (t.j. poznám a  – zase uvažujme netriviálne ), tak potom: len s pomocou hodnoty viem zadeliť trajektóriu do skupín (sú k dispozícii štyri úrovne nečíslovaných odrážok: 0,0,1,2)

* elipsa (kružnica):

Štýl **0MFI –** **položky s odrážkami (0), plné body**

* parabola:
* hyperbola:

Diskusia (sú k dispozícii štyri úrovne nadpisov)

Štýl **0MFI –** **Nadpis úrovne 1**

V predloženom texte sme prezentovali teoreticky známu, ale stredoškolských učiteľov zväčša úplne „utajenú“ možnosť riešenia Keplerovej úlohy. Predložený postup by mohol byť prezentovaný gymnaziálnym študentom v rámci semináru z fyziky. ...

Úlohy a otázky

1. Overte detailne, že platí vzťah (6).

Štýl **0MFI –** **položky s odrážkami (0), 1). 2). 3)**

1. Vráťte sa k prípadu a uvažujte kladné. Ak je na počiatku častica vo vzdialenosti od zdroja, akú jej musíme udeliť minimálnu rýchlosť smerom od zdroja, aby naň nespadla?

(sú k dispozícii tri úrovne: 0,1,2)

Poďakovanie

Tento text vznikol s podporou projektu VEGA 1/3042/06.

Štýl **0MFI –** **Literatúra – nadpis**

Literatúra

[1] Albert Shadowitz, *Special relativity,* Dover Publications, Inc. Mineola, 1988,   
ISBN: 978-0486657431

Štýl **0MFI –** **Literatúra – položky**

[2] Boris Lacsný. Špeciálna teória relativity pomocou Loedelovych diagramov 1. (The Special Theory of Relativity by using Loedl’s Diagrams 1.), OMFI, 35(1):32–36, 2006.

**Adresa autora:**  Michal Demetrian, Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava IV, e-mail: demetrian@fmph.uniba.sk.

Štýl **0MFI –** **hypertextový odkaz**

Štýl **0MFI –** **Adresa autorov**

1. a je hmotnosť Slnka (). [↑](#footnote-ref-1)